



TITLE:

直線開水路流の三次元乱流構造に関する研究(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

富永, 晃宏

CITATION:

富永, 晃宏. 直線開水路流の三次元乱流構造に関する研究. 京都大学, 1988, 工学博士

ISSUE DATE:

1988-05-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r6569>

RIGHT:

直線開水路流の三次元乱流構造に関する研究

昭和 62 年 11 月

富 永 晃 宏

目 次

第1章 序論 -----	1
第2章 乱れに起因する二次流に関する理論的研究 -----	7
2. 1 基礎方程式 -----	7
2. 1. 1 連続式と運動方程式 -----	7
2. 1. 2 渦度方程式 -----	8
2. 1. 3 平均流エネルギー式 -----	9
2. 1. 4 乱れエネルギー式 -----	10
2. 2 乱れに起因する二次流の発生機構に関する理論的研究 -----	10
2. 2. 1 緒言 -----	10
2. 2. 2 渦度方程式の平衡理論 -----	11
2. 2. 3 平均流エネルギーの平衡理論 -----	16
2. 2. 4 乱れエネルギーの平衡理論 -----	17
2. 3 二次流と主流の相互作用に関する理論的研究 -----	18
2. 3. 1 緒言 -----	18
2. 3. 2 二次流の存在しない流れ（二次元流れ）の乱流構造 -----	18
2. 3. 3 二次流が存在する場合の流れ（三次元流れ）の乱流構造 ---	20
2. 3. 4 横断方向の運動量輸送 -----	21
2. 4 二次流の物質輸送に及ぼす効果に関する理論的研究 -----	23
2. 5 結言 -----	25
第3章 実験装置および解析方法 -----	28
3. 1 実験水路および風洞 -----	28
3. 2 流速計およびデータ処理方法 -----	28
3. 3 三次元の乱流計測方法 -----	30
3. 4 二次流の計測方法 -----	32
3. 5 壁面せん断応力の評価方法 -----	34
第4章 長方形断面開水路流の三次元構造に関する実験的研究 -----	37
4. 1 緒言 -----	37
4. 2 実験方法 -----	38

4. 3	二次流の構造	40
4. 4	平均主流速分布	43
4. 5	壁面せん断応力分布	47
4. 6	乱れ強度分布	50
4. 7	レイノルズ応力分布	53
4. 8	結言	55
第5章	台形断面開水路流の三次元構造に関する実験的研究	58
5. 1	緒言	58
5. 2	実験方法	58
5. 3	二次流の構造	59
5. 4	平均主流速分布	61
5. 5	壁面せん断応力分布	62
5. 6	乱れ強度分布	65
5. 7	レイノルズ応力分布	66
5. 8	結言	67
第6章	壁面粗度が二次流に及ぼす影響に関する実験的研究	69
6. 1	緒言	69
6. 2	実験方法	69
6. 3	二次流の構造	71
6. 4	平均主流速分布	73
6. 5	壁面せん断応力分布	76
6. 6	乱れ強度分布	78
6. 7	レイノルズ応力分布	80
6. 8	結言	80
第7章	河床形状と並列らせん流（二次流セル群）との関係に関する実験的研究	82
7. 1	緒言	82
7. 2	横断方向の粗度変化を伴う流れに関する実験	83
7. 2. 1	実験方法	83
7. 2. 2	粗面の特性について	84
7. 2. 3	実験結果の概要	85
7. 2. 4	流れの三次元乱流構造に関する検討	89
7. 3	横断方向の河床高変化を伴う流れに関する実験	92

7. 3. 1	実験方法	92
7. 3. 2	実験結果とその考察	93
7. 4	結言	98
第8章	乱れに起因する二次流の発生機構に関する数値シミュレーション	101
8. 1	緒言	101
8. 2	基礎式	102
8. 3	乱れ強度 v' 、 w' の分布特性	102
8. 4	二次流発生項 ($\overline{w^2} - \overline{v^2}$) の分布	104
8. 5	二次流発生項のシミュレーション	105
8. 6	渦度方程式の数値計算	111
8. 7	結言	114
第9章	二次流と主流の相互作用および物質輸送に及ぼす 二次流の効果に関する水理学的研究	116
9. 1	緒言	116
9. 2	基礎式	117
9. 3	渦動粘性係数の分布特性	118
9. 4	二次流構造のモデル化	122
9. 5	二次流と主流の相互作用に関するシミュレーション	125
9. 6	横断方向の運動量輸送に関する考察	133
9. 7	浮遊砂輸送に及ぼす二次流の効果のシミュレーション	134
9. 8	結言	135
第10章	二次流と組織乱流（バースティング現象）との関連性	137
10. 1	緒言	137
10. 2	解析方法	138
10. 3	解析結果とその考察	140
10. 4	結言	142
第11章	結論	144

第1章 序論

河川の流れるは複雑な境界条件に伴い様々な渦運動を含み、三次元的な様相を呈している。河川の平面形状が影響する湾曲流や、水理構造物などが影響する局所流はもちろんのこと、一様な断面形を有する直線水路においても、その断面形状や粗度の分布などによって三次元的流れとなる。水理学における乱流現象の研究は二次元流に関してはかなりの成果が得られ¹⁾、実際の水工問題の解明に欠くことのできない重要な知見を与えているが、三次元の乱流場に関しては未だほとんど明らかにされていない。これは、三次元流れにおいては大規模な渦構造が、大きな影響を及ぼすため現象がより複雑になるからである。Matthes(1947)²⁾はミシシッピー川での観察から河川でみられる大規模な渦構造(macro-turbulence)の分類を行い boil, kolk および並列らせん流などの運動形態を明らかにした。この中で、著者が特に興味を抱くのは、直線河道で発生する流下方向に軸を持つらせん状の渦対すなわち二次流群である。

この二次流は Prandtl(1927)によってその発生原因から2種類に分類された³⁾。第1種の二次流は非一様な流速分布を持つ流れが曲線流路に沿って流れる場合に発生する二次流であり、遠心力の作用等によって渦度が伸張する(vortex-stretching)ために発生する。この種の二次流は層流、乱流に関わらず発生し、河川の湾曲部の二次流はこれに当たる。第2種の二次流はレイノルズ応力の非等方および非一様性に起因する二次流であり、乱流でなければ発生しないので、乱れに起因する二次流と呼ばれることがある。前者は平均流解析によってもかなり解明されるが、後者は乱流構造の詳細がわからなければ解明できない。二次流の強さとしては、第2種の方が第1種に比べて1オーダー小さいが、円管以外の断面形を持つ一様な直線流路では第2種のみが発生しており、定常的な移流輸送を行うために三次元乱流構造に与える影響は少なくないと考えられ、この解明は重要な問題である。現在でもこの第2種の二次流の実験問題への効果はほとんどの場合小さいとして無視されているが、断面平均的な解析や二次元流解析による予測と実測値との食い違いの原因としてしばしば引き合いに出される。したがって河道の安定や流れの抵抗則あるいは流砂、拡散などの輸送現象の問題をより高精度に解析するためには、この二次流構造及び三次元の乱流構造を明らかにすることがまず必要である。

この乱れに起因する二次流は、その大きさが主流の約2~3%と非常に小さいため、高い実験精度が要求され、特に開水路では実験的解明が従来非常に困難であった。したがって、その構造の詳細は現在でも明らかではなく、過去の研究のほとんどは平均流速分布やせん断応力分布あるいは河床形態、水面の模様などとの関連から間接的に二次流の存在を推測するに過ぎなかった。しかし、河川におけるこの二次流は実に1世紀も前から問題となっており、現在までに二次流の存在を示唆する証拠は数多く得られている。このことについては Nemenyi の論文(1946)⁴⁾ に対するディスカッションに詳しい記述がある。Stearns(1883)⁵⁾と Möller(1883)⁶⁾は比較的幅の狭い開水路流れにおいて最大流速の位置が水路中央の水面より下にあることの理由として、水面で側岸から中央へ向かい底面で中央から側岸へ向かうような1対の二次流が存在することを推論した(図1. 1)。その後、Gibson(1909)⁷⁾も同様な二次流パターンを示し、横方向の速度が主流の5%のオーダーであることを発見した。これらは側壁の影響による二次流である。また、木下良作(1967)⁸⁾は洪水時の河川の航空写真の観察から水面に幾

筋もの縞模様を発見し、これがセル状の二次流である並列らせん流によるものと推測し、洪水流におけるこのような渦構造の重要性を指摘した（図1. 2参照）。このことがきっかけとなって開水路の縦渦に関心が寄せられ、活発な研究が行われるようになった。これには流れの不安定現象がその要因として考えられるが、河床の凹凸や粗度の不均一などと密接な関係がある。

例えば、Karcz(1966)⁹⁾ や Allen(1970)¹⁰⁾ は、洪水が去った後の河床に流下方向に連なった長い砂れきの峰（sand ridgeまたは sand ribbon）が縞状にできることを発見し、これが並列らせん流によってできたものと推定している（図1. 3参照）。また村本嘉雄ら(1977)¹¹⁾ は河床に粒径の大きなガラス玉の上に細かい砂を敷き詰めた流れにおいて、細砂が洗掘される部分と堆積する部分が細長く縞状にできることを発見しこれを縦筋と名付けた（図1. 4）。この場合は粗度が横断方向に変化したことに相当する。以上の2例では河床条件が最初の二次流の発生原因ではないが、一旦このような河床が形成されれば第2種の二次流が安定に維持されるものと考えられる。これと同様なことが、濃度分布の存在する流れにおいても観察され、Vanoni(1946)⁴⁾ は浮遊砂濃度が大きい部分と小さい部分が交互に縞状にできることを発見し、

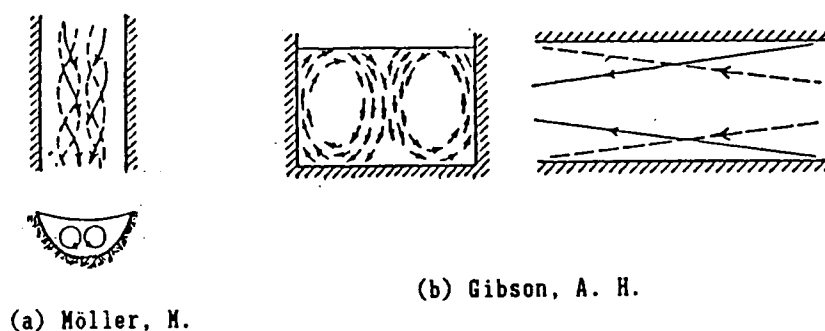


図1. 1 開水路の二次流の予想図（Möller⁶⁾、Gibson⁷⁾）

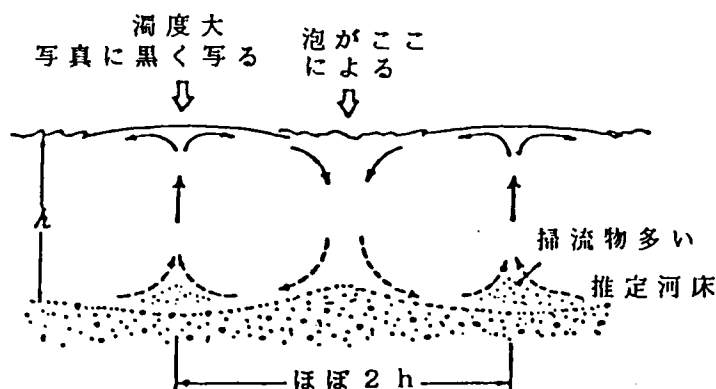


図1. 2 並列らせん流の推定断面図（木下⁸⁾による）

室田明ら(1979)¹²⁾は染料雲が縞状に輸送されることを見だし、これを *fingering* 現象と名付けた。

一方、管路流では、Prandtl(1927)³⁾が、二次流の存在を明確に位置づけた。彼は Nikradse (1926)¹³⁾ の計測した種々の断面の管路の主流速の等値線のゆがみから二次流を推論した。それは等値線の曲線部分では、その凹側から凸側へ向かう二次流が発生するというもので、コーナーへ向かう典型的な二次流パターンを示した(図1. 5)。彼はまた、この問題は当分の間解決されないであろう乱れの大問題のうちの一つであると述べた。その後、ホットワイヤー流速計の発達などにより正方形断面の管路流における二次流及びレイノルズ応力の計測がいくつか行われ^{14), 15), 16)}、その構造が次第に明らかにされ、二次流の発生原因についてもいくつかの説明がなされるようになった。現在では、乱流モデルによる数値計算によって、三次元の乱流場の解析が活発に行われているが^{17), 18), 19)}、二次流の正しい予測が不可欠な要素であると考えられる。

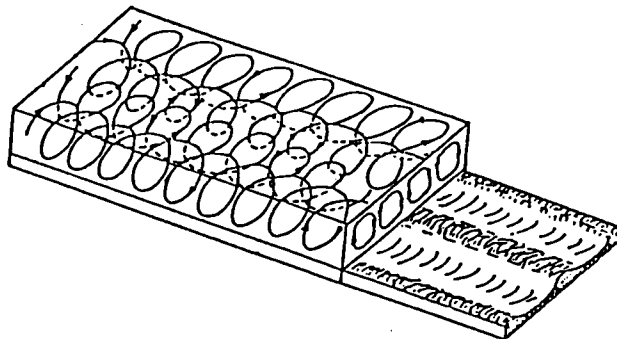


図1. 3 らせん流とsand ridge (Karcz⁹⁾による)

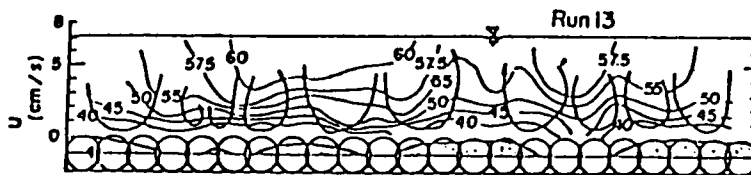


図1. 4 細砂堆積状況と二次流および主流速分布(村本ら¹¹⁾による)

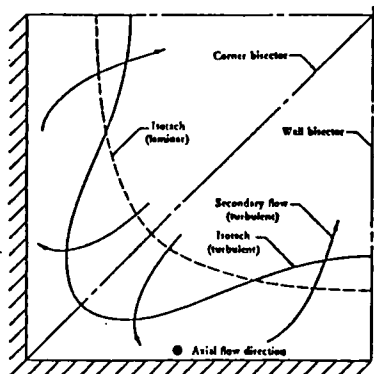


図1. 5 正方形チャネルの等流速線と二次流の関係 (Gessner and Jones¹⁵⁾による)

以上見てきたように、第2種の二次流が流れの三次元構造ひいては河床変動や拡散等に及ぼす影響が大きいことは明白であり、この直線水路の三次元乱流構造は水理学の分野においても解明されるべき重要な問題の一つと考えられる。そこで、著者はこの問題の解明を目的として、以下の点に着目して研究を進めた。

- (1) 自由水面が二次流に及ぼす影響に関する研究
- (2) 水路幅・水深比（アスペクト比）が二次流に及ぼす影響に関する研究
- (3) 水路断面形状が二次流に及ぼす影響に関する研究
- (4) 壁面粗度が二次流に及ぼす影響に関する研究
- (5) 二次流と主流の相互作用に関する研究
- (6) 河床形状と並列らせん流との関係に関する研究
- (7) 乱れに起因する二次流の発生機構に関する研究
- (8) 流砂や拡散などの物質輸送に及ぼす二次流の効果に関する研究
- (9) 二次流と組織乱流（バースティング）との関係に関する研究

まず、第2章において、二次流を考慮した三次元流れの基礎方程式を示し、二次流の発生機構を従来の研究を交えて理論的に考察した。また、これら全般にわたる理論的基礎および基礎的知見を要約し、現在のこの問題に関する課題を明確にし、本研究の実験および理論的解析の指針を与えた。

本論文は純理論的な解析が困難な複雑な問題を扱うため、実験的研究に重点を置いた。まず、第3章では、全体の実験に共通な実験水路、風洞、流速計、計測方法及びデータ解析方法について述べ、実験的研究を遂行する基礎とした。次に、先述の課題を以下のように研究した。

(1) については、図1.1と図1.5を比較して、閉管路流と開水路流ではその三次元乱流構造が異なることが予想される。実際、管路流の二次流がそのまま開水路流に適用されるとすると先述の最大流速が水面より下に現れることが説明できない。また、並列らせん流は主に開水路流で問題となっている。それでは、閉管路流と開水路流との違いはどこにあるかという点、それは自由水面の有無である。したがって、この開水路特有の自由水面がどのような役割を果たしているのかを明らかにする必要がある。これについては、第4章において、滑面の長方形断面の空気管路流および開水路流に関する実験結果を比較、検討し、両者の相違点を明らかにした。

(2) については、二次流は幾何的な境界条件によって制約を受けるため、水路幅水深比（アスペクト比）が重要なパラメーターとなるものと考えられる。また、側壁の影響がどの程度の範囲まで及ぶかということも問題となる。これについては、第4章から第6章の実験においてアスペクト比を変化させて検討した。

(3) については、(2)のアスペクト比の影響に加えてさらに断面形状の影響も当然受けると考えられる。これについては、第5章において水理学および水工学上重要な台形断面を取り上げ、側壁傾斜角を3種類変化させた台形断面の実験結果を示し長方形断面の結果と比較した。

(4) については、壁面粗度はせん断応力および相対乱れ強度を増大させる効果があり、その結果乱れに起因する二次流にも影響を及ぼすものと考えられ、また水工学上重要な要素である。これについては、第6章で長方形断面において、粗度を底面および側壁に設置した場合、底面のみに設置した場合および側壁のみに設置した場合についての実験結果を示し、粗度の及ぼす

影響について考察した。

(5)については、二次流が主流および乱れ特性量の構造にどのような影響を及ぼすかを定量的に明らかにする必要がある。これについては第4章から第6章において定性的に検討するとともに第9章で定量的な検討を行った。

(6)については、側壁に直接影響される比較的幅の狭い水路とは異なり、水路幅の広い水路で発生する二次流について検討する。この場合は先述のように河床形態と密接な関係にあり、これらと並列らせん流の関係を明らかにする。これについては、第7章で河床の高さを変化させたケースと粗度を変化させたケースの2種類を行い、河床に縞構造を与えて、並列らせん流を安定させた場合の実験結果を示し、二次流のある流れと二次流が存在しない、いわゆる二次元流との違いを中心として考察した。

(7)については、乱れに起因する二次流の発生機構は流下方向の渦度方程式に支配されていると考えられる。そこで、第8章では、実験を行った各境界条件における二次流の発生機構を実験結果に基づいて数値計算し、渦度方程式から二次流の発生機構を論じた。

(8)については、二次流が流砂や拡散などの輸送現象にどのような影響を及ぼすかを明らかにすることが水工学上は最も知りたい情報である。第9章では、3章から7章で得られた結果を基礎として流れの内部構造を解明するために、二次流と主流の相互作用を検討し、次に浮遊砂に及ぼす二次流の効果についてシミュレーションを行い考察した。

(9)については、壁面乱流では、壁近くにバースティングと呼ばれる組織的な渦構造が普遍的に存在し、これが乱れエネルギーの発生の中心的な役割を果していることが知られている。二次流とこのバースティングとはどのような関係にあるかを解明することは流体力学の上で最も重要かつ困難な課題である。本研究はこの解明の糸口を得る目的で、第10章において、瞬間流速変動からバースティング現象の特性を解析し、二次流との関係を考察した。

最後に、第11章において以上の結果を総括して結論とした。

参考文献

- 1) 橋津家久：開水路の乱流構造に関する基礎的研究、京都大学学位論文、1977
- 2) Matthes, G.H.: Macroturbulence in natural stream flow, American Geoph. Union, 28, pp.225-265, 1947
- 3) Prandtl, L.: Über den Reibungswiderstand stromenderluft, Ergeb. Aerodyn. Versuch Göttingen, III series, 1927
- 4) Vanoni, V.A.: Transportation of suspended sediment by water, Trans. of ASCE, vol. 111, pp.67-133, 1946
- 5) Sternes, F.P.: On the current meter, together with a reason why the maximum velocity of water flowing in open channels is below the surface, Trans. of ASCE, vol. 12, No.216, pp.331-338, 1883

- 6) Möller, M.: Studien über die Bewegung des Wassers in Flüssen mit Bezugnahme auf die Ausbildung des Flussprofiles, Zeitschrift für Bauwesen, 1883
- 7) Gibson, A.H.: On the depression of the filament of maximum velocity in a stream flowing through an open channel, Proceedings of Royal Society, London, England, series A, vol.82 pp.149-159, 1909
- 8) 木下良作: 航空写真による洪水流の解析、写真測量、vol.6, pp.1-17, 1967
- 9) Karcz, Z.: Secondary currents and the configuration of a natural stream bed, Journal of Geoph. Research, vol.71, pp.3109-3116, 1966
- 10) Allen, J.R.L.: Process of sedimentation, Elsevier, 1970
- 11) 村本嘉雄、河田恵昭、布村明彦: 砂礫河川の掃流砂に関する基礎的研究、京都大学防災研究所年報、第20号B-2、pp.451-473, 1977
- 12) 室田明、中辻啓二、福原輝幸: 開水路分散実験にみられるfingering現象と2次渦の相関について、第23回水理講演会論文集、pp.393-398, 1979
- 13) Nikradse, J.: Untersuchungen über die Geschwindigkeitsverteilung in Turbulenten Strömungen, Thesis., Göttingen, V.D.I.Forsch, 281, 1926
- 14) Brundrett, E. & Baines, W.D.: The production and diffusion of vorticity in duct flow, J.F.M. vol.19, pp.375-392, 1964
- 15) Gessner, F.B. & Jones, J.B.: On some aspects of fully developed turbulent flow in rectangular channels, J.F.M. vol.23, pp.689-713, 1965
- 16) Melling, A. & Whitelaw, J.H.: Turbulent flow in a rectangular duct, J.F.M. vol. 78, pp.289-315, 1976
- 17) Launder, B.E. & Ying, W.M.: Prediction of flow and heat transfer in ducts of square cross-section, Proceeding Institution of Mechanical Engineering, vol.187, pp.455-461, 1973
- 18) Gessner, F.B. & Emery, A.F.: The numerical prediction of developing Turbulent flow in rectangular ducts, Proceedings Turbulent shear flow 2, London, England, 1979
- 19) Naot, D. & Rodi, W.: Calculation of secondary currents in channel flow, ASCE, vol.108, HY8, pp.948-968, 1982

第2章 乱れに起因する二次流に関する理論的研究

2. 1 基礎方程式

2. 1. 1 連続式と運動方程式

二次流を含む三次元乱流場の基礎方程式は、連続式とナビエーストークス方程式から導かれるレイノルズ方程式である。本論文で用いる座標系は、図2. 1に示すように主流方向を x 軸、鉛直方向を y 軸、水路横断方向を z 軸とし、各々の方向の瞬間流速を \bar{u} 、 \bar{v} 、 \bar{w} 、時間平均流速成分を U 、 V 、 W 、変動流速成分を u 、 v 、 w とする。このとき連続式は、

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1)$$

であり、レイノルズ方程式は、

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.2)$$

である。ここに、 $i=1,2,3$ であり、それぞれ x 、 y 、 z 方向と対応し、Einsteinの縮約にしたがうテンソル表示となっている。また、 P は平均圧力、 F_i は外力を表す。本論文では定常な完全に発達した流れを対象とするから、式(2.1)および(2.2)は各成分について次のようになる。

$$\frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (2.3)$$

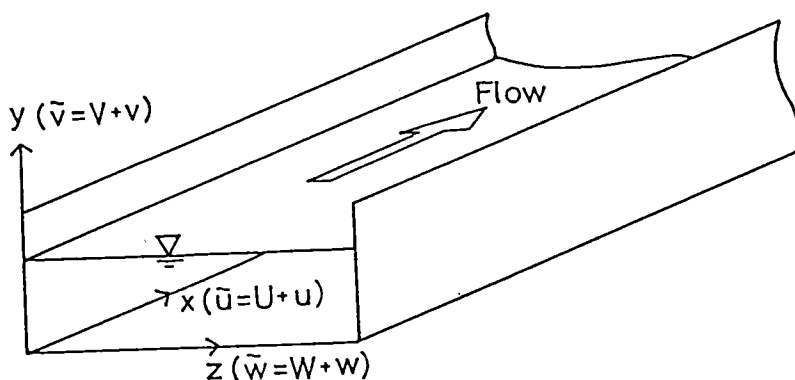


図2. 1 座標系

$$V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} = g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial (-\overline{UV})}{\partial y} + \frac{\partial (-\overline{UW})}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) \quad (2.4a)$$

$$V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} = -g \cos \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial (-\overline{VV})}{\partial y} + \frac{\partial (-\overline{VW})}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) \quad (2.4b)$$

$$V \frac{\partial W}{\partial y} + W \frac{\partial W}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial (-\overline{VW})}{\partial y} + \frac{\partial (-\overline{WW})}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right) \quad (2.4c)$$

ここに、 θ は水路勾配である。また、管路流については、重力項を圧力項に含めることができる。すなわち、圧力 P を流れによって生じる圧力 P_0 と重力によって生じる静止状態の圧力とに分けて、

$$P = P_0 - \rho g y \cos \theta + \rho g x \sin \theta + C \quad (C \text{ は定数}) \quad (2.5)$$

とおくことによって、式(2.4a)、(2.4b)は次のようになる。

$$V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_0}{\partial x} + \frac{\partial (-\overline{UV})}{\partial y} + \frac{\partial (-\overline{UW})}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) \quad (2.4a')$$

$$V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_0}{\partial y} + \frac{\partial (-\overline{VV})}{\partial y} + \frac{\partial (-\overline{VW})}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) \quad (2.4b')$$

以後管路流ではこの P_0 を特に区別せずに単に P と書くこととする。三次元流れでは、二次流 V 、 W およびレイノルズ応力 $-\overline{UV}$ 、 $-\overline{UW}$ 、 $-\overline{VW}$ 、 $-\overline{VV}$ 、 $-\overline{WW}$ がすべてゼロではない分布形を持ち、これらの間の関係が重要となる。

2. 1. 2 渦度方程式

運動方程式(2.2) の回転という微分作用を行うと、外力項、圧力項が消えて渦度方程式が得られる。これを x 方向の渦度成分について書くと次のようになる。

$$\begin{aligned} \underbrace{\frac{\partial \xi}{\partial t}}_{\text{I}} + \underbrace{U \frac{\partial \xi}{\partial x} + V \frac{\partial \xi}{\partial y} + W \frac{\partial \xi}{\partial z}}_{\text{II}} &= \underbrace{\left(\xi \frac{\partial U}{\partial x} + \eta \frac{\partial U}{\partial y} + \zeta \frac{\partial U}{\partial z} \right)}_{\text{III}} \\ &+ \underbrace{\frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\overline{V^2} - \overline{W^2}) + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \overline{VW}}_{\text{IV}} + \underbrace{\nu \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} \right)}_{\text{V}} \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \partial W / \partial y - \partial V / \partial z \\ \eta &= \partial U / \partial z - \partial W / \partial x \\ \zeta &= \partial V / \partial x - \partial U / \partial y \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

ここで、I 項は渦度の時間的変化項、II 項は渦度の移流輸送項、III 項は渦管の伸張による渦度

の変化項、IV項はレイノルズ応力項、V項は粘性による逸散項である。式(2.6)の右辺の第1項は、Prandtlの第一種の二次流の発生原因となるものであるが、一般的な直線水路でしかも定常で十分発達した等流に適用すれば次式となる。

$$V \frac{\partial \xi}{\partial y} + W \frac{\partial \xi}{\partial z} = \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\overline{v^2} - \overline{w^2}) + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \overline{vw} + \nu \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} \right) \quad (2.8)$$

$$\xi = \partial W / \partial y - \partial V / \partial z \quad (2.9)$$

また、この場合の y 方向および z 方向の渦度成分について書くと次のようになる。

$$V \frac{\partial \eta}{\partial y} + W \frac{\partial \eta}{\partial z} = \eta \frac{\partial V}{\partial y} + \xi \frac{\partial V}{\partial z} - \frac{\partial^2 \overline{uv}}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 \overline{uw}}{\partial z^2} + \nu \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} \right) \quad (2.10)$$

$$V \frac{\partial \xi}{\partial y} + W \frac{\partial \xi}{\partial z} = \eta \frac{\partial W}{\partial y} + \xi \frac{\partial W}{\partial z} - \frac{\partial^2 \overline{uw}}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 \overline{uv}}{\partial y^2} + \nu \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} \right) \quad (2.11)$$

$$\eta = \partial U / \partial z \quad (2.12)$$

$$\xi = -\partial U / \partial y \quad (2.13)$$

このうち、(2.8)の各項は(2.10)、(2.11)に比べて1オーダー小さな微少な値をとることになるが、この式は主流速 U を含まず、直線水路の二次流を支配する基礎方程式と考えられる。

2. 1. 3 平均流エネルギー式

式(2.2)に U_i を掛けて和をとると平均流エネルギー K に関する式が得られる。

$$K = U_i U_i / 2 \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial K}{\partial t} + \underbrace{U_i}_{\text{I}} \underbrace{\frac{\partial K}{\partial x_i}}_{\text{II}} = \underbrace{\frac{1}{2} U_i F_i}_{\text{III}} + \underbrace{\overline{U_i U_i}}_{\text{IV}} \frac{\partial U_i}{\partial x_i} - \underbrace{\nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right)^2}_{\text{V}} + \underbrace{\frac{U_j}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_j}}_{\text{VI}} - \underbrace{\frac{\partial (U_i \overline{U_i U_j})}{\partial x_j}}_{\text{VII}} + \underbrace{\nu \frac{\partial^2 K}{\partial x_i^2}}_{\text{VII}} \quad (2.15)$$

ここで、I項は平均流エネルギーの時間的変化項、II項は平均流エネルギーの移流輸送項、III項は外力のした仕事、IV項は乱れエネルギーの発生項、V項は直接粘性逸散項、VI項は圧力のした仕事、VII、VII項はそれぞれ乱れおよび粘性による平均流エネルギーの拡散項である。これを、定常な十分発達した流れに適用し、変形すると次式が得られる。

$$K = (U^2 + V^2 + W^2) / 2 \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} V \frac{\partial K}{\partial y} + W \frac{\partial K}{\partial z} = & U g \sin \theta + \overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y} + \overline{uw} \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial (U \overline{uv})}{\partial y} - \frac{\partial (U \overline{uw})}{\partial z} \\ & + \frac{1}{\rho} \left(U \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \nu \left(\frac{\partial^2 K}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 K}{\partial z^2} \right) - \nu \left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (2.17)$$

2. 1. 4 乱れエネルギー式

乱れエネルギー k に関する式は次のようである。

$$k = \overline{u_i u_i} / 2 \quad (2.18)$$

$$\underbrace{\frac{\partial k}{\partial t}}_I + \underbrace{U_j \frac{\partial k}{\partial x_j}}_II = - \underbrace{\overline{u_i u_i} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}}_III - \underbrace{\nu \overline{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^2}}_IV - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\frac{k}{2} + \frac{p}{\rho} \right) u_j - \nu \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\}}_{V+VI+VII} \quad (2.19)$$

ここで、I項は乱れエネルギーの時間的变化項、II項は乱れエネルギーの移流輸送項、III項は乱れエネルギーの発生項、IV項は粘性逸散項、V、VI、VII項は乱れ、圧力および粘性による拡散項である。これも平均エネルギー式と同様に、定常な十分発達した流れに適用し、微小項を省略して変形すると次式のようなになる。

$$k = (\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}) / 2 \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} V \frac{\partial k}{\partial y} + W \frac{\partial k}{\partial z} = & - \overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y} - \overline{uw} \frac{\partial U}{\partial z} - \nu \left\{ \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2} \right\} \\ & - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k}{2} + \frac{p}{\rho} \right) v - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k}{2} + \frac{p}{\rho} \right) w \end{aligned} \quad (2.21)$$

2. 2 乱れに起因する二次流の発生機構に関する理論的研究

2. 2. 1 緒言

先に述べたように直線水路の二次流の存在はかなり以前から推測されていた。これは、二次流の存在を仮定することによって様々な現象を合理的に説明することが可能となるという類のものである。二次流の直接計測は非常に困難であったためこの本格的な解析はなかなか進展せず、直感的あるいは定性的な考察がなされてきたにすぎない。Prandtl(1926)¹⁾は、Nikradse(1926)²⁾の計測した管路の等流速線から、最初に二次流の発生機構に現象論的な説明を与えた。それは、等流速線に沿った流速変動がこれに垂直な流速変動より大きいと仮定すれば、遠心力によって等流速線の凸側の方向へ運動量が輸送されるというものである。しかし、なぜ流速変動がこのようになるかは不明であるとした。これによって、等流速線が求められればある程度二次流のパターンが予測されるが、定量的な解析には至らない。

また、壁面の圧力差に基づく二次流の発生機構についての説明がTownsend(1970)³⁾およびEichelbrenner and Preston(1971)⁴⁾によって行われた。Townsendはレイノルズ方程式(2.4)の y, z 成分の左辺の移流項と右辺の粘性項を無視した式の積分からコーナー領域の圧力異常によって二次流が発生すると説明した。Eichelbrennerらはこれと同様の考察から、流れの発達段階においてコーナー近くの壁面に横方向の圧力差が生じ、これによって境界層厚さ程度の二次流が発生し、境界層の成長と共に発達すると説明した。Gessner(1973)⁵⁾はこれらの考え方

について検討した結果、前者の理論は誤りであることを示し、また実験によって後者の言うような流れの発達段階における静圧や等流速線の波状パターンがみられないことを示した。この壁面近くの圧力差は実測できないほど微小であり、また壁面近くでは粘性項を無視できないこともあって壁面の圧力差に基づいて二次流の発生機構を論ずることは困難と思われる。

Einstein and Li(1958)⁶⁾ は、圧力を含まない流下方向の渦度方程式 (2.6) を使って渦度 ω の時間変化率について解析的研究を行った。すなわち、どの項が $\partial \omega / \partial t$ に正の寄与をするかを調べ、乱流では等流速線の平行でないところで渦度の発達が期待されると考えた。その後、流下方向の渦度方程式を支配方程式として、ようやく得られるようになった実験値を基にして、二次流を解析しようとする試みが多くなされた。Brundrett and Baines(1964)⁷⁾ は正方形ダクトにおいてホットワイヤー流速計の傾斜法によって、二次流およびレイノルズ応力の全成分を計測し渦度方程式の各項を評価した。Perkins⁸⁾ も同じ渦度方程式に基づく理論的考察を行い、一部実験値からの仮説を用いて壁面せん断応力の勾配が二次流を発生させると説明した。

これに対して Gessner⁵⁾ は、流下方向の渦度方程式はそのオーダーが小さすぎ適当でないとし、オーダーが大きき実験的検討が行いやすい平均流エネルギー式 (2.17) のバランスを調べた結果、二次流の発生原因はレイノルズ応力の横方向の勾配を含む項であると説明した。

また、別の解析方法として、Hinze⁹⁾ は粗度の横方向の変化に伴う二次流の実験結果を用いて、乱れエネルギー式 (2.21) に基づき二次流の発生機構を説明した。これは、乱れエネルギーの発生率と粘性逸散率が釣り合わないところで乱れエネルギーを輸送する横方向の流れが発生するというものである。

以上のように、いろいろな角度から Prandtl の第 2 種の二次流の発生機構が論じられたが、これらの解析では、ある程度実験値が必要とされるのに対して、式形が差の形できいてくるため非常に微小な量を扱わねばならないところに困難さがあると思われる。また、この問題では何が原因で何が結果かということがあいまいなために混乱が生じているものと考えられる。すなわち、レイノルズ応力や壁面せん断応力の不均一が二次流を発生させ、また二次流がこれらを歪ませるというフィードバック機構が存在するためである。このことは移動床や密度流の場合の河床形態や濃度分布との関係についてもいえるであろう。初期の境界条件に何等の不均一もない場合には、流れの不安定解析などによって流れの発達過程を解析することが可能であるが、コーナー流などのように境界条件に最初から不均一な要素が含まれる場合には、レイノルズ応力の不均一が初期条件として存在し、これが二次流の発生原因となって発達するものと考えられ、しかも非線形であるから問題がかなり複雑である。Gessner は発達した流れにおいて二次流を維持する機構がすなわち発達過程における二次流の発生機構となると考え、基礎方程式のバランスを検討するという方法を取っている。本論文でも、この立場に立って十分に発達した流れの内部構造を解明することに主眼をおいた。

2. 2. 2 渦度方程式の平衡理論

二次流の基礎方程式として、発達した流れの流下方向の渦度方程式 (2.8) と同一の次式を検討する。

$$\nu \frac{\partial \xi}{\partial y} + W \frac{\partial \xi}{\partial z} = - \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\bar{w}^2 - \bar{v}^2) + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \bar{w} + \nu \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} \right) \quad (2.22)$$

(A) (B) (C) (D)

従来、実験結果に基づき各項の評価が行われてきた。ここで、(B)項が渦度の発生項としてもっとも重要であるという点については多くの研究者の一致するところであるが、その他の項の評価については研究者間で異なり統一を欠いている。Brundrett and Baines(1964)⁷⁾は(B)の発生項と(A)の移流項および(C)の粘性項の和がバランスするとし、(C)のレイノルズ応力項は無視できるとした。これに対して、Gessner and Jones(1965)¹⁰⁾は二次流の流線に沿った各項のバランスを調べ、(A)と(D)は流線に沿っては無視でき、(B)と(C)がバランスするとした。Gerard(1978)¹¹⁾は、(B)と(C)の二つのレイノルズ応力項は断面の大部分でバランスし、(B)が二次流の発生、(C)が二次流の抑制の原因になるとし、(A)の移流項はコーナーに近づくにつれて顕著になり、(D)の粘性項は壁近くで大きいと考えた。最近では、Nakagawa and Nezu(1984)¹²⁾が、棧型粗度を底面に設置した二次流のある流れ場において式(2.22)の各項を実験値から評価し、(A)項は他に比べて1オーダー小さく、(B)と(C)がほぼ釣り合うと結論している。

まず、(A)が無視できないとした場合、二次流の向きについて以下のような単純化した推論ができる。粘性項を無視して、二次流の流線の方向を s とすると、式(2.22)は次のように変形される。

$$U_s \frac{\partial \xi}{\partial s} = - \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\bar{w}^2 - \bar{v}^2) + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \bar{w} \quad (2.23)$$

P1 P2

これを局所的な平均流線に沿って積分すると、

$$\xi - \xi_s = \int_{s_0}^s (1/U_s)(P1 + P2)ds \quad (2.24)$$

となる。境界条件として $s=s_0$ で $\xi = \xi_s = 0$ に取れば、(P1+P2)の正負によって ξ の正負が決定されることになる。ここで、議論を簡単にするために Brundrett and Bains の見解に従って $P1 \gg P2$ と仮定すれば、P1の符号のみによって ξ の正負が決まり二次流の向きを知ることができる。問題となるのは $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の分布であるが、Perkins(1970)⁸⁾ は各種の境界条件における計測結果を図2.2のようにまとめた。これらの分布には若干のばらつきがあるが $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)/U_x^2$ を y/l の普遍関数とみなし次のように表される。

$$\bar{w}^2 - \bar{v}^2 = U_x^2 f(y/l) \quad (2.25)$$

ここで、 U_x は摩擦速度、 l は鉛直方向の特性長さであり、 f は関数を意味する。したがって P1 は、

$$P1 = - \frac{U_x^2}{l} \left\{ \frac{1}{l} \frac{\partial l}{\partial z} \left(\frac{y}{l} f'' + f' \right) - \frac{2}{U_x} \frac{\partial U_x}{\partial z} f' \right\} \quad (2.26)$$

ここに、' 記号は y/l による微分を表す。渦度の符号だけを問題にするのなら f の正確な形は重要ではなく、図 2. 2 より次のように近似される。

$$f(y/l) = (1 - y/l) \tag{2.27}$$

このとき、 $f' = -1$ 、 $f'' = 0$ となり、(2.26) は次のようになる。

$$P1 = - \frac{U_x^2}{l} \left(- \frac{2}{U_x} \frac{\partial U_x}{\partial z} - \frac{1}{l} \frac{\partial l}{\partial z} \right) \tag{2.28}$$

したがって U_x と l の横断方向の分布が、二次流の向きを決定することになる。これを一様な開水路流または管路流に適用すると、 $\partial l / \partial z = 0$ であり $P1$ の符号は $\partial U_x / \partial z$ のみによって決まり、図 2. 3 に示すように U_x の大きな所で下降流 U_x の小さな所で上昇流となる二次流が形成されることがわかる。結果的にこの解析は (A) と (B) がバランスするとしたことになるが、ここで重要なことは $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ を普遍関数表示した点にある。

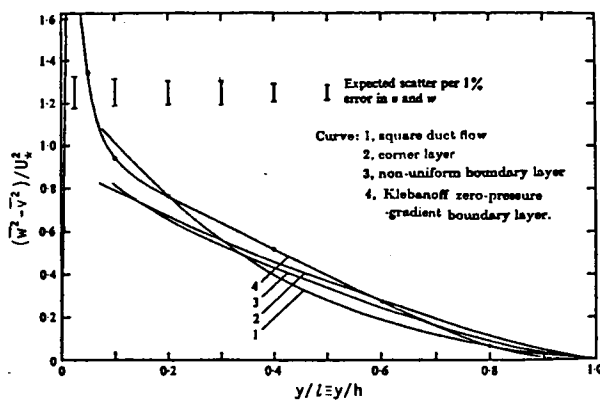


図 2. 2 $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の分布特性 (Perkins⁹⁾ による)

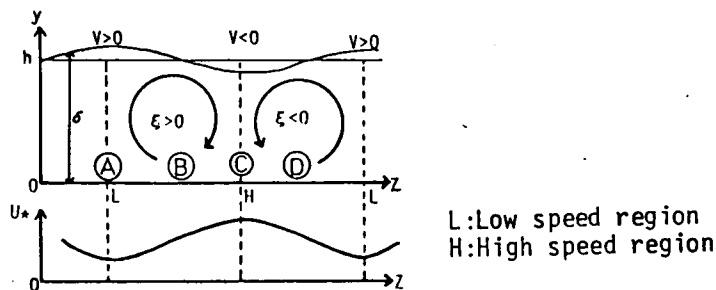


図 2. 3 摩擦速度分布と二次流渦度 ξ との関係模式図

一方、(D)の粘性項の他に(A)の移流項が無視できるとすると式(2.22)は

$$-\frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\overline{w^2} - \overline{v^2}) + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \overline{vw} = 0 \quad (2.29)$$

となる。レイノルズ応力 $-\overline{vw}$ は渦動粘性モデルによって

$$-\overline{vw} = \epsilon_{yz} \left(\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y} \right) \quad (2.30)$$

と表すことにより、二次流 V, W と関係づけられる。すなわち、

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left\{ \epsilon_{yz} \left(\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y} \right) \right\} = - \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\overline{w^2} - \overline{v^2}) \quad (2.31)$$

さらに、 V と W を流れ関数を用いて、

$$\left. \begin{aligned} V &= \partial \psi / \partial z \\ W &= - \partial \psi / \partial y \end{aligned} \right\} \quad (2.32)$$

と表すと、式(2.22)は次のようになる。

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \epsilon_{yz} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) \\ & + \epsilon_{yz} \left(\frac{\partial^4 \psi}{\partial y^4} - 2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial z^4} \right) = - \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\overline{w^2} - \overline{v^2}) \end{aligned} \quad (2.33)$$

ここで、渦度発生項($\overline{w^2} - \overline{v^2}$)の分布と渦動粘性係数 ϵ_{yz} が未知数として残り、この与え方が問題となる。

まず、渦動粘性係数 ϵ_{yz} については、これを計測することは極めて困難であるため実測値はほとんど得られないことから、 ϵ_{xy} と関係づけるのが一般的である。これを全断面で一定とするのが最も簡単な方法である。すなわち、 ϵ_{yz} は二次元流れの場合の対数則が成立するとき得られる ϵ_{xy} の分布式に近似できると仮定する。このとき、

$$\epsilon_{yz} = \kappa U_* y (1 - y/H) \quad (2.34)$$

となり、これを水深方向に平均して、

$$\epsilon_{yz} = \kappa U_* H/6 \quad (2.35)$$

とする解析方法がよくとられている。このように、 ε_{yz} を一定と仮定すると式(2.33)は次のように簡略化される。

$$\frac{\partial^4 \psi}{\partial y^4} - 2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial z^4} = - \frac{1}{\varepsilon_{yz}} \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\bar{w}^2 - \bar{v}^2) \quad (2.36)$$

Ikeda and Kikkawa(1976)¹³⁾、林泰造・山田正(1979)¹⁴⁾および黒木幹雄・岸力(1981)¹⁵⁾らは、このような仮定を用いて式(2.36)を二次流の基礎式とした解析を行っている。またもう一つの方法としては、(2.34)式をそのまま用いることが考えられる。

次に、二次流の発生機構にとって最も重要と考えられる $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の分布の与え方について検討する。まずは $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の実測値をそのまま用いて二次流を計算し二次流の計測値と一致するかを確かめる方法が考えられる。しかし、この $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の計測値は誤差が大きく、これを二階微分すると非常に大きな誤差が生じる可能性があり、あまり正確ではないであろう。そこで、Perkins の図 2. 2 の結果を参考として次のような仮定が考えられる。

$$(\bar{w}^2 - \bar{v}^2) = \alpha (-\bar{u}\bar{v}) \quad (2.37)$$

ここで、 α は比例定数である。この仮定は Townsend(1976)¹⁶⁾が与えたものであり、一般に $\alpha = 1.0$ が用いられる。Ikeda and Kikkawa(1976)、林泰造・山田正(1979) および黒木幹雄・岸力(1981) は、この様な仮定を用いて解析を行っている。特に、黒木・岸は渦度方程式による二次流の説明だけでは不十分であるとし、主流方向の運動方程式である式(2.4a)を連立させて解く必要があることを指摘した点は注目される。これは式(2.37)における $-\bar{u}\bar{v}$ が二次流の影響を受けて変化することにより二次流の発生項 $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ も変化するようにしたものであり、二次流と主流とレイノルズ応力は互に関係し合っていると考えた点が特徴である。ここで重要な結論は、せん断応力 $-\bar{u}\bar{v}$ が二次流の上昇部で増大し下降部で減少する結果となることであり、この結果は池田らおよび林らの解析とは逆の結果となる。これは、二次流発生項 $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ に対する仮定が異なるためであり、池田らおよび林らの解析ではこの分布が直線分布のまま変化しないが、黒木らの解析では主流との相互作用によりこの分布の形自体が変化するという点が大きな相違点である。本研究ではどちらが妥当であるか以下の章で明らかにする。

このような仮定とは別に、Gerard(1978)¹¹⁾ は二次流がある場合の $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の三次元分布を、二次元流の場合の基本分布を全ての壁について壁からの距離の2乗の逆数に比例して重み付平均するという仮定をとった。そして、次のように定式化した。

$$\frac{\bar{v}^2 - \bar{w}^2}{U_x^2} = \frac{\sum_{i=1}^N W_i \cdot U_{xi}^2 / U_x^2 \cdot f(n_i/r) \cdot (1 - 2\sin^2 \alpha_i)}{\sum_{i=1}^N W_i} \quad (2.38)$$

- b : 境界の数、
 n : 壁からの距離、
 r : 管の長さスケール、
 α : 壁の絶対座標に対する角度
- U_x : 壁への垂線の足の位置での局所的摩擦速度、
 f : 二次元流の分布関数、
 $W_i \propto 1/n_i^a$ (a は実験定数)、

これを正方形管路に適用した結果は Brundrettらの実測値にかなり一致し、この様な二次流の発生項の予測がある程度妥当であることを示した。著者は、長方形断面の空気管路流、開水路流および台形の開水路流について、 v' および w' を壁からの距離による重み付平均によって発生項をシミュレートし二次流を計算する方法を採用した。これについては第8章で述べる。

以上の理論的解析は、一部に実験結果による経験的な仮定を必ず含んでいるため、不確定な要素が多く残されている。それは渦度発生項($\overline{w^2} - \overline{v^2}$)およびレイノルズ応力 $-\overline{vw}$ に関するもので、これらの仮定はさらに多くの実験結果を収集して検討する余地がある。また、正方形管路のような境界条件が対称で単純な形で与えられるものに対して数値計算を行う場合は、多少仮定が異なっても境界条件に強く拘束されて、同じ様な解が得られる傾向にあると考えられる。本論文では、二次流の発生機構を説明する基礎方程式としてここで検討した流下方向の渦度方程式を考える。この際、粘性の項は壁面のごく近傍以外では無視できる。移流項については、Gerardによればこれは二次流をより大きくする効果があるものの、壁面近傍以外では無視して差し支えないと考えられ、この妥当性はNakagawa and Nezu(1984)¹²⁾が実験的に証明している。本論文の第8章では、各種境界条件における実験結果から渦度発生項の分布を中心に検討し、渦度方程式に基づく二次流の発生機構の考察を行う。

2. 2. 3 平均流エネルギーの平衡理論

Gessner(1973)⁵⁾ は前節の流下方向の渦度方程式の平衡理論では、各項は非常に微小であるため実験的に二次流を説明するには適さないとし、平均流エネルギー式(2.17)を基礎式とした。これは粘性項を無視して次のように書ける。

$$V \frac{\partial K}{\partial y} + W \frac{\partial K}{\partial z} = U g \sin \theta + \overline{uw} \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial (U \overline{uw})}{\partial z} - U \left(\frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{\rho} \right) \right) \quad (2.39)$$

二次元等流では、このときの値に添字 0 をつけると粘性応力を省略して、

$$\partial (-\overline{uv}_0) / \partial y = g \sin \theta - (1/\rho) \cdot (\partial P / \partial x)$$

となり、これを(2.39)に代入すると次式となる。

$$V \frac{\partial K}{\partial y} + W \frac{\partial K}{\partial z} = \overline{uw} \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial (U \overline{uw})}{\partial z} - U \frac{\partial}{\partial y} (\overline{uv} - \overline{uv}_0) \quad (2.40)$$

今、 $W = 0$ となる面を考えるとその対称性から $\partial U / \partial z = 0$ となり、(2.40) は次式となる。

$$V \frac{\partial K}{\partial y} = \frac{\partial (U\overline{uw})}{\partial z} - U \frac{\partial}{\partial y} (\overline{uv} - \overline{uv}_0) \quad (2.41)$$

(A) (B) (C)

ここで (C) 項のレイノルズ応力の二次元値からのずれが大きくなければ、 $\partial K / \partial y$ は通常、正であるから (B) の項の正負によって平均流エネルギーが輸送される方向すなわち V の正負が決定される。

Gessner はコーナーの角の二等分線に沿って各項の値を評価し、結局 $U\overline{uw}$ の勾配が二次流の発生原因であると結論した。この平均流エネルギー式において、(A) 項と (B) 項がほぼバランスし、卓越するという事実は正しいと思われるが、これを二次流の発生原因と見なすことには疑問を感じる。これは原因というよりむしろ結果であると考ええる。谷(1983)¹⁷⁾ は、この Gessner の結論に対して、せん断応力 $-\overline{uw}$ が垂直応力差 $(\overline{w^2} - \overline{v^2})$ より重要とするのは誤りであると述べている。したがって、これは流れの内部構造の理解に貢献するものと考えるべきであろう。

2. 2. 4 乱れエネルギーの平衡理論

Hinze(1973)⁹⁾ は、乱れエネルギーのバランスから二次流の発生機構を説明した。粘性逸散率 ε および乱れエネルギーの発生率 P を

$$\varepsilon = \nu \overline{(\partial u_i / \partial x_j)^2} \quad (2.42)$$

$$P = -\overline{u_j u_i} (\partial u_i / \partial x_j) \quad (2.43)$$

と定義し、拡散項を無視できる平衡領域を考えると式(2.21)は次式となる。

$$V \frac{\partial k}{\partial y} + W \frac{\partial k}{\partial z} = P - \varepsilon \quad (2.44)$$

特に、 $W = 0$ となる面を考えると、 $\partial k / \partial y$ は壁面のごく近傍を除いて負であるから乱れエネルギーの発生率 P と粘性逸散率 ε の大小関係で乱れエネルギーの輸送される方向すなわち V が決定される。

Hinze はこれを粗面と滑面を縞状に並べた管路において実測し、このことを確かめた。しかし、これでは発生率と逸散率の不均衡がなぜ起こるのが不明であり、やはりこれも二次流の発生原因というよりはむしろ結果と考えられる。また、この実験値からの評価も移流項が P および ε に比べて二次の微小項であることから、 P と ε の差から二次流を決定するのはかなりの誤差を伴い困難である。

2. 3 二次流と主流の相互作用に関する理論的研究

2. 3. 1 緒言

直線流れの三次元乱流構造を解明するには、平均流速、二次流およびレイノルズ応力の各成分の断面内の分布に関する知見が必要とされる。これらは互いに関係し合っており、流下方向の運動方程式によって結び付けられる。しかし、この式を純理論的に解くことは困難であって何等かの経験的なモデルが要求されるため、実験的に運動方程式の内部構造を明らかにする必要があると考える。そして、この様な実験結果に基づいて、実際にこのような三次元流れを予測するという立場から、いろいろな解析モデルや乱流モデルによる数値計算が盛んに行われている。また、この問題において、もう一つの重要な要素として壁面せん断応力の分布が上げられる。これは、流砂輸送や熱輸送に対して大きな役割を果しているから、実用的に最も必要とされる情報である。水理学の分野でも壁面せん断応力に関して数多くの研究が行われてきた。

ここでは、三次元流れの内部構造および壁面せん断応力に関して運動方程式に基づいて検討し、二次流と主流の相互作用について理論的に考察する。

2. 3. 2 二次流の存在しない流れ（二次元流れ）の乱流構造

まず、基本的な流れとして二次流が存在しない場合の流れ、すなわち二次元流れについて考えておく必要がある。この場合、式(2.4)の運動方程式は次のように簡略化される。

開水路流について、

$$0 = g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial (-\bar{uv})}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \quad (2.45.a)$$

$$0 = -g \cos \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial (-\bar{vv})}{\partial y} \quad (2.45.b)$$

閉管路流について、

$$0 = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial (-\bar{uv})}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \quad (2.46.a)$$

$$0 = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial (-\bar{vv})}{\partial y} \quad (2.46.b)$$

この(2.45b)、(2.46b)は直ちに積分されて、

$$P = P_w - \rho g \cos \theta \cdot y - \rho \bar{v}^2 \quad (\text{開水路流}) \quad (2.47)$$

$$P = P_w - \rho \bar{v}^2 \quad (\text{閉管路流}) \quad (2.48)$$

ここに P_w は $y=0$ (壁面) での圧力である。式(2.47)、(2.48)を(2.45a)、(2.46a)にそれぞれ代入すると、

$$\frac{\partial}{\partial y} (-\bar{u}v + \nu \frac{\partial U}{\partial y}) = -g \left(\sin \theta - \frac{1}{\rho g} \frac{dP_w}{dx} \right) \quad (\equiv -gI_e) \quad (\text{開水路流}) \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} (-\bar{u}v + \nu \frac{\partial U}{\partial y}) = -g \left(\frac{1}{\rho g} \frac{dP_w}{dx} \right) \quad (\equiv -gI_e) \quad (\text{閉管路流}) \quad (2.50)$$

となる。ここに、 I_e はエネルギー勾配である。開水路流の水深を H 、また閉管路流の平行平板間の高さを $2H$ とすると、せん断応力 τ および摩擦速度 $U_* \equiv \sqrt{\tau_0 / \rho}$ は次のように表される。

$$\tau_0 = \rho g H I_e \quad (2.51)$$

$$U_* = \sqrt{g H I_e} \quad (2.52)$$

$y=H$ で $\tau=0$ という境界条件を用いて、式(2.49),(2.50)を積分すると、

$$-\bar{u}v + \nu \frac{\partial U}{\partial y} = U_*^2 (1 - y/H) \quad (2.53)$$

この左辺は全せん断応力であり、その乱れによるもの(レイノルズ応力)と粘性によるもの(粘性応力)との和として表され、これが直線分布することが分かる(せん断応力は実際はこれに密度 ρ を掛けたものであるが、本論文では混乱のない限りこれらも応力と呼ぶことにする)。レイノルズ数が十分大きければ、粘性の項は壁面近傍以外では無視でき、Prandtl の混合距離理論から次の対数則が導かれる。

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{y_0} + C \quad (2.54)$$

ここで、 κ はカルマン定数で通常の流れでは 0.4 から 0.41 の値が得られている¹⁰⁾。本論文では 0.4 とするが、粗面においてはこれが若干変化することも有り得る。 y_0 および C は滑面と粗面で異なり、本論文では C に Nikradse の値を採用し次のように定めた。

$$y_0 = \nu / U_* \quad , \quad C = 5.5 \quad (\text{滑面})$$

$$y_0 = ks \quad , \quad C = 8.5 \quad (\text{粗面})$$

ここに、 ks は粗度高さであり、もちろん遷移領域では C は変化する。また、外部領域に対しての速度欠損則は U_0 を $y=H$ における流速とすると次式で表される。

$$\frac{U_0 - U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{H}{y} \quad (2.55)$$

また、レイノルズ応力 $-\bar{u}v$ に渦動粘性モデルを用いると、

$$\varepsilon_{xy} = \kappa U_x y \cdot (1 - y/H) \quad (2.56)$$

となり、これを水深にわたって積分し、平均すると次のようになる。

$$\overline{\varepsilon_{xy}} = \kappa U_x H/6 \quad (2.57)$$

2.3.3 二次流が存在する場合の流れ（三次元流れ）の乱流構造

三次元の流れ場では、式(2.3)と(2.4)を厳密に解かねばならない。ここでは、二次流の発生も含めた流れの予測という立場とは別に、二次流が存在する流れの内部構造を流下方向の運動方程式から検討する。まず、潤辺に沿って平均されたせん断応力 τ 。および潤辺に沿って平均された摩擦速度 U_{*0} は次のように表される。

$$\tau_o / \rho = U_{*0}^2 = R \cdot \left(g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx} \right) \equiv g R I \theta \quad (\text{開水路流}) \quad (2.58)$$

$$\tau_o / \rho = U_{*0}^2 = R \cdot \left(- \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx} \right) \equiv -g R I \theta \quad (\text{閉管路流}) \quad (2.59)$$

ここに、 R は径深である。このとき、(2.4a)、(2.4a')は次のようになる。

$$V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} = g I \theta + \frac{\partial (-\overline{uv})}{\partial y} + \frac{\partial (-\overline{uw})}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) \quad (2.60)$$

レイノルズ応力に対して三次元の場合の渦動粘性モデルは、

$$-\overline{u_i u_j} = \varepsilon_{ij} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.61)$$

と表され、これを $-\overline{uv}$ 、 $-\overline{uw}$ に適用すると、

$$-\overline{uv} = \varepsilon_{xy} \cdot \partial U / \partial y \quad (2.62)$$

$$-\overline{uw} = \varepsilon_{xz} \cdot \partial U / \partial z \quad (2.63)$$

となり、これを式(2.60)に代入すれば次式となる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial y} - \nu \right) \frac{\partial U}{\partial y} + \left(\frac{\partial \varepsilon_{xz}}{\partial z} - \nu \right) \frac{\partial U}{\partial z} \\ + (\varepsilon_{xy} + \nu) \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + (\varepsilon_{xz} + \nu) \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + g I \theta = 0 \end{aligned} \quad (2.64)$$

ここで、渦動粘性係数 ϵ_{xy} 、 ϵ_{xz} が決まれば、二次流と主流の関係が議論できる。

本論文ではこれらを実験値から検討し、最適な分布形を与える方法を探った。さらに、実験によって得られた二次流の流れ関数を用いてモデル化して与えると、このときの主流速およびこの結果としてのレイノルズ応力 $-\overline{uv}$ および $-\overline{uw}$ との関係を調べることができる。これについては第9章に述べる。

また、主流速の実測値から逆に二次流を計算しようとする立場に立った解析も考えられる。この場合、式(2.64)に計測値の U を代入して連続式と連立させて V 、 W を解くことができるが、二次流は非常に小さいために解は収束せず、困難である。Liggett and Chiu(1965)¹⁹⁾ は等流速線とこれに直交する曲線を指数分布で近似して新しい座標系とし座標変換を行うと、 x 方向のレイノルズ方程式が簡略化されることを利用し、二次流速分布や壁面せん断応力分布の計算法を示した。その後、Chiuはこの方法を開水路の様々な問題に適用して解析を行っている²⁰⁾、²¹⁾。しかし、この方法では等流速線に沿ってせん断応力が働かないという仮定は正しいが、等流速線に沿って二次流による移流もないと考えるのは誤りである。これについては第7章で述べる。

2. 3. 4 横断方向の運動量輸送

河川の側岸侵食や堤防護岸の根の洗掘といった河床変動に関する問題を扱うには、局所的な壁面せん断応力分布を知ることが必要となり、三次元流れの解析においても重要な問題である。ここで、せん断応力に及ぼす二次流の影響について若干の考察を行う。式(2.60)は(2.3)の連続式を用いて次のように変形される。

$$\frac{\partial(-UV - \overline{uv} + \nu \partial U / \partial y)}{\partial y} + \frac{\partial(-UW - \overline{uw} + \nu \partial U / \partial z)}{\partial z} + gIe = 0 \quad (2.65)$$

これを、 $y=0$ で $V=0$ 、 $-\overline{uv} + \nu \partial U / \partial y \equiv \tau_b / \rho$ という境界条件のもとで、 y に関して積分すると次式となる。

$$\tau_b / \rho = gIe \cdot y - UV - \overline{uv} + \nu \partial U / \partial y + \int_0^y \{ \partial(-UW - \overline{uw} + \nu \partial U / \partial z) / \partial z \} dy \quad (2.66)$$

ここに、 τ_b は任意の横断面の位置 z での壁面せん断応力である。いま $y = H$ のとき、 $V=0$ 、 $-\overline{uv}=0$ という境界条件を用いると、

$$\tau_b / \rho = gHIe + \int_0^H \{ \partial(-UW - \overline{uw} + \nu \partial U / \partial z) / \partial z \} dy \quad (2.67)$$

式(2.67)で、 $gHIe$ は二次元流れを仮定したときの壁面せん断応力に相当し、二次流が存在する

場合の壁面せん断応力は右辺の第2項の分だけ付加されることを意味する。(2.67)を(2.66)へ代入すると、

$$-\bar{u}\bar{v} + \nu \partial U / \partial y = gHle(1-y/H) + UV + \int_0^H \{ \partial (-UW - \bar{u}\bar{w} + \nu \partial U / \partial z) / \partial z \} dy \quad (2.68)$$

となり、右辺第1項は二次元流における $-\bar{u}\bar{v} + \nu \partial U / \partial y \approx -\bar{u}\bar{v}$ が直線分布することを示し、右辺第2、3項がこの直線分布からのずれを表す。ここで、この式の物理的な意味について考察するために図2.4に示す様な単位幅、単位奥行きのコントロールボリュームに働く力と出入りする運動量について考える。重力項は $gHle$ 、底面のせん断力は τ_b で、側面に働くせん断力を T_{xz} 、側面を通して入る x 方向の運動量を I_{xz} とすると、

$$T_{xz} = \rho \int_0^H (-\bar{u}\bar{w} + \nu \partial U / \partial z) dy \quad (2.69)$$

$$I_{xz} = \rho \int_0^H (UW) dy \quad (2.70)$$

と表せる。このとき主流方向の運動量 I_{xz} の横断方向への変化をこのコントロールボリュームに作用する外力に釣り合わせると、次のようになる。

$$(I_{xz} + \frac{\partial I_{xz}}{\partial z}) - I_{xz} = \rho gHle - \tau_b + (T_{xz} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z}) - T_{xz}$$

すなわち、

$$\tau_b = \rho gHle + \partial (T_{xz} - I_{xz}) / \partial z \quad (2.71)$$

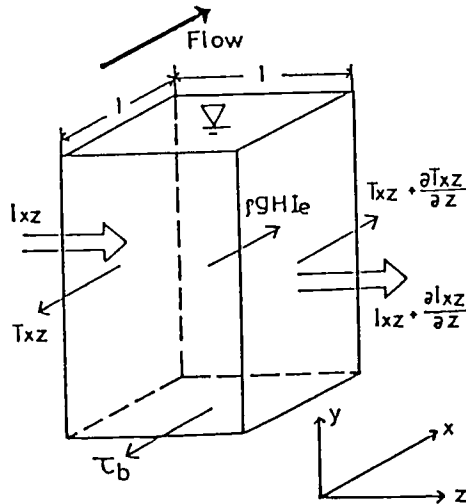


図2.4 力と運動量の釣り合い関係

これは式(2.67)と同じことになる。結局、局所的な壁面せん断応力の二次元値からの変化は乱れによるせん断応力の勾配と二次流によって横方向に輸送される運動量の勾配の差によるといえる。

レイノルズ応力を式(2.63)の渦動粘性モデルを用いて表すと、 $-\overline{uw}$ は $\partial U/\partial z$ の符号と一致すると考えられる。例えば、並列らせん流の上昇流部を考えると $\partial W/\partial z$ は底面側で負、水面側で正となるが U は水面側の方が大きいから $\partial(UW)/\partial z$ の積分値すなわち $\partial I_{xz}/\partial z$ は正となることが予想される。一方、上昇流部では $U(z)$ は極小となるから $\partial^2 U/\partial z^2$ も正となり、 $\partial(-\overline{uw})/\partial z$ の積分値すなわち $\partial T_{xz}/\partial z$ は正となる。したがって、この両者は互いに同符号をとり、式(2.71)からその差が問題となる。いま、 $\partial T_{xz}/\partial z$ を無視できるとすると壁面せん断応力は二次流の上昇部で減少し、下降部で増大することがわかる。これは、前節の渦度方程式による考察から得られる結果と一致する。Studerus(1982)²²⁾ は、粗面と滑面を交互に配列し、壁面せん断応力を横断方向に変化させた場合について二次流の発生機構を式(2.71)と同様な式から説明している。このとき、エネルギー勾配は断面内で一定であるから粗面上と滑面上で重力項は同じであるのに対して、粗度の違いによって抵抗が異なるため釣合が崩れ、これを補うように二次流が発生すると論じた。実験結果から、 $-\overline{uw}$ は $-UW$ に比べて1オーダー小さいとして無視し、横方向の運動量輸送のみによって評価した。そして、 W の鉛直分布を仮定して底面の摩擦係数の違いから二次流の大きさを見積っているが、この点の妥当性については第9章で検討することにする。

2. 4 二次流の物質輸送に及ぼす効果に関する理論的研究

二次流は円管以外の直線流路で普遍的に定常的に発生しているものであり、流れの構造に大きな影響力を持っていると考えられる。これはまた、掃流砂や浮遊砂および拡散、分散等にも影響を及ぼすであろう。掃流砂についてみると、二次流は横方向の速度成分を持つと同時に、壁面せん断応力の分布を周期的に変化させる働きによって、河床条件に応じた、おおまかに次の2種類の現象を生じさせる。その第1は、二次流の下降流部が洗掘され、上昇流部が高くなる場合でこれは河床に横方向の凹凸をもたらす。第2は、混合砂の場合で同様に下降流部で細かい砂が洗掘され、粗い砂が残り粗度が大きくなる場合で横方向に粗度の変化をもたらす。これらは必ず現れるわけではなく河床波が発生しない場合にみられ、混合砂で粒径が大きく異なる場合には発生しやすい。西谷隆亘・牧野立平(1984)²³⁾ は、勾配が緩く、水深が大きく、掃流力が小さな時に顕著に形成されると述べている。第1の場合については、Karcz(1966)²⁴⁾ や Culbertson(1967)²⁵⁾、西谷ら、Ikeda(1981)²⁶⁾ 等多くの観察例がある。また第2の場合については村本嘉雄ら(1977)²⁷⁾、Günter(1971)²⁸⁾ などの観察例がある。これらはいずれも二次流を発達させ、安定させる効果がある。このような掃流砂の横断分布に及ぼす二次流の効果は、底面せん断応力と二次流の関係を明らかにすることによって推測することができる。したがって、この影響は式(2.71)によって検討されるが、これについては流砂の領域区分によるモードの違いなどの複雑な要因が絡んできて単純な考察は難しい。

次に、浮遊砂や物質拡散及び分散については、二次流による輸送の効果が大きくなると考えられる。Vanoni(1946)²⁹⁾ は、浮遊砂濃度分布を計測し、濃度の大きい領域と小さい領域が交互にできることを報告しており、室田明・李吉永(1980)³⁰⁾ は、開水路に染料を水路幅全体に一樣に流した時、染料の濃くなる部分が縞状にできることを示しこれを *fingering* 現象と名付けている。

さて、乱流拡散方程式は次のように書ける。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} + V \frac{\partial C}{\partial y} + W \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} (K_x \frac{\partial C}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_y \frac{\partial C}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial C}{\partial z}) \quad (2.72)$$

ここに、 C は時間平均の濃度であり、 K_x 、 K_y 、 K_z は各々の方向の渦動拡散係数であり、分子拡散係数は無視している。浮遊砂流の場合は、砂粒の沈降速度を考慮して次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} + V \frac{\partial C}{\partial y} + W \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} (K_x \frac{\partial C}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_y \frac{\partial C}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial C}{\partial z}) \\ + w_0 \frac{\partial C}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.73)$$

浮遊砂流では定常な疑似等流を考えることが多く、鉛直方向の分布が重要となる。このとき式(2.73)は次のように簡略化される。

$$V \frac{\partial C}{\partial y} + W \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} (K_y \frac{\partial C}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial C}{\partial z}) + w_0 \frac{\partial C}{\partial y} \quad (2.74)$$

この式は、濃度 C がスカラーである点以外は式(2.60)に(2.62)、(2.63)の渦動粘性モデルを適用したものと同形であるから、運動方程式の内部構造の検討が、浮遊砂輸送現象に果たす二次流の役割を検討するのに役立つと考えられる。

その他の河川の拡散問題では鉛直方向の分布は一樣と考えてよい場合が多く、次式のようになる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} + W \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} (K_x \frac{\partial C}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial C}{\partial z}) \quad (2.75)$$

いま、渦動拡散係数 K_y 、 K_z は一般に運動量の拡散係数である渦動粘性係数 ϵ_{xy} 、 ϵ_{xz} と関係づけられ、

$$K_y = \gamma \epsilon_{xy}, \quad K_z = \gamma \epsilon_{xz} \quad (2.76)$$

と表され、 $\gamma = 1$ とされることが多い。Elder(1959)³¹⁾ によれば、 K_z は K_y の約3倍程度になる。Lau and Krishnappan(1977)³²⁾ は、横方向の拡散係数のアスペクト比との関係を調べ、横方向の拡散の支配的メカニズムは二次流であるという結論に至った。これに対して、Webel

and Schatzmann(1982)³³⁾ はこれを否定し、横方向拡散は乱れ拡散による寄与がほとんどであると反論している。これらについては、二次流の構造および二次流の果たす物理的な役割が不明確なまま議論を進めている点に問題があり、この点を明らかにする必要があると思われる。

また、断面平均値の流下方向の濃度変化を記述する分散方程式は次のようである。

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} = D \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial z^2} \quad (2.77)$$

ここで、 D は分散係数であり、 \bar{C} および \bar{U} の“ $-$ ” は断面平均値を意味する。この場合は、分散係数 D の評価が重要である。二次流がある場合、横方向の移流と流速の横方向勾配が発生するため、これが D に大きく寄与すると考えられる。Fisher(1967)³⁴⁾ はこのような寄与が分散の支配的なメカニズムであると考え、事実河川などではこの影響によって D は大きな値となることが知られている。

2. 5 結言

以上、乱れに起因する二次流と二次流が存在するときの流れの三次元構造について理論的な考察を行い、またこれに関する従来の研究について述べた。これによると、この課題の理論的な解析には経験的な仮定が必要とされるため、実験的な研究が今の段階では不可欠である。二次流の発生機構からみて、まず管路流と開水路流の違いということが大きな問題となるであろう。また、開水路の二次流を考える場合、その幅の狭い場合と幅の広い場合では視点が異なってくる。すなわち、幅の狭い場合は、二次流の直接の発生原因は明らかに側壁である。幅の広い場合も側壁の影響が水路全体に伝搬することも考えられるが、河床のちょっとした不規則性が影響する可能性もある。いずれにしても、幅の広い場合は河床形態との関連が重要である。また、二次流の発生機構には断面形状や壁面粗度も影響すると考えられ、これらの影響を検討することは興味深く、また開水路流の研究にとって重要である。

したがって、本研究では、第4章から第7章に示すような実験条件を設定して、点計測による実験的研究を行う。これらの結果に基づき二次流の発生機構及び二次流と主流の相互作用について検討する。二次流の発生機構については、二次流の発生原因となる $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の項をシミュレートして与えることにより、流下方向の渦度方程式から二次流を数値計算する。これを実験値と比較し、各境界条件の影響を検討する。また、二次流と主流の相互作用および物質輸送との関連については、流下方向の運動方程式及び拡散方程式において渦動粘性モデルを用いて、実験および渦度方程式の数値計算から得られた二次流構造をモデル化し、その後数値計算を行い実験値と比較する。

これらの検討は、実験値の検証と、流れの内部構造の水理学的解明に重点が置かれており、実際の予測を行うに $k-\epsilon$ モデルなどの乱流モデルを用いてこれらを数値予測する手法を開発する必要がある。しかし、本研究によって、今までその存在が知られながらも不明確な点

が多くブラックボックス的な存在だった二次流の影響やその構造についての指針を与え、また、開水路の三次元乱流の数値計算による予測に対しての基礎的資料を与えるものとする。

参考文献

- 1) Prandtl, L.: Über die Ausebildete Turbulenz, Proceedings of Second International Congress of Applied Mechanics, Zürich, Switzerland, pp.62-74, 1926
- 2) Nikradse, J.: Untersuchungen über die Geschwindigkeitsverteilung in Turbulenten Strömungen, Thesis., Göttingen, V.D.I.Forsch, 281, 1926
- 3) Townsend, A.A.: Turbulence in Handbook of Fluid Dynamics (ed. V. L. Streeter), McGrawHill
- 4) Eichelbrenner, E.A. & Preston, J. H.: On the role of secondary flow in turbulent boundary layers in corners (and salients), J. Mecanirue, 10, pp.91-112, 1971
- 5) Gessner, F.B.: The origin of secondary flow in turbulent flow along a corner, J.F.M., vol.58, part 1, pp.1-25, 1973
- 6) Einstein, H.A. & Li, H.: Secondary currents in straight channels, Am. Geophys. Un. 39, pp.1085-1088, 1958
- 7) Brundrett, E. & Baines, W.D.: The production and diffusion of vorticity in duct flow, J.F.M. vol.19, pp.375-392, 1964
- 8) Perkins, H.J.: The formation of streamwise vorticity in turbulent flow, J.F.M., vol.44, pp.721-740, 1970
- 9) Hinze, J.O.: Experimental investigation of secondary currents in the turbulent flow through a straight conduit, Appl. Sci. Res. 28, pp.453-465, 1973
- 10) Gessner, F.B. & Jones, J.B.: On some aspects of fully developed turbulent flow in rectangular channels, J.F.M. vol.23, pp.689-713, 1965
- 11) Gerard, R.: Secondaryflow in noncircular conduits, ASCE, vol.104, No.HY5, pp.755-773, 1978
- 12) Nakagawa, H. and Nezu, I.: Cellular secondary currents in straight conduit, J. Hydr. Eng., ASCE, vol.110, No.2, pp173-193, 1984
- 13) Ikeda, S. & Kikkawa, H.: Secondary circulation in straight channel, Depart. Found. Engrg. Fac. Engrg. Saitama Univ., vol.6, pp.1-13, 1976
- 14) 林泰造、山田正：開水路における縦渦の形成に関する研究、第21回水理講演会論文集、pp.245-253, 1979
- 15) 黒木幹雄、岸力：開水路に発生する縦渦の構造に関する研究、土木学会論文報告集、第312号、pp.83-92, 1981
- 16) Townsend, A.A.: The structure of turbulent shear flow, Cambridge University Press second edition, Cambridge, England, 1976

- 17) 谷一郎: せん断流れにおける縦渦の形成、ながれ、第2巻第2号、pp.160-165, 1983
- 18) Liggett, J.A., Chiu, C.L. & Miao, L.S.: Secondary currents in a corner, ASCE, vol.91, HY6, pp.99-117, 1965
- 19) Chiu, C.L. & McSparron, J.E.: Effect of secondary flow on sediment transport, ASCE, vol.92, HY5, pp.57-70, 1966
- 20) Chiu, C.L., Hsiung, D.E. & Lin, H.C.: Three dimensional open channel flow, ASCE, vol.104, HY8, pp.1119-1136, 1978
- 21) Chiu, C.L. & Hsiung, D.E.: Secondary flow, shear stress and sediment transport, ASCE, vol.107, HY7, pp.879-898, 1981
- 22) Studerus, X.: Sekundär Strömungen im offenen Gerinne über rauchen Langsstreifen, R19-82, Institut für Hydromechanik und Wasserwirtschaft Eidgenössische Technische Hochschule, Zürich, 1982
- 23) 西谷隆亘、牧野立平: 縦すじの形成過程について、第39回土木学会年次学術講演会講演概要集、第2部、II-230、pp.459-460, 1984
- 24) Karcz, Z.: Secondary currents and the configuration of a natural stream bed, Journal of Geoph. Research, vol.71, pp.3109-3116, 1966
- 25) Culbertson, J.K.: Evidence of secondary circulation in a alluvial channel, USGS, Prof. paper, 575-D, pp.214-216, 1967
- 26) Ikeda, S.: Self-formed straight channel in sandy beds, J. Hydr. Eng., ASCE, vol. 107, No.4, pp.389-406, 1981
- 27) 村本嘉雄、河田恵昭、布村明彦: 砂礫河川の掃流砂に関する基礎的研究、京都大学防災研究所年報、第20号B-2、pp.451-473, 1977
- 28) Günter, A.: Die Kritische mittlere schleichschubspannung bei Geshitbewischungen unter Berücksichtigung der Deckschichtbildung und der turbulenzbedingten schleichschubspannungsschwankungen, Mitteilung der Versuchsanstalt für wasserbau an der ETH Zurich, No.3, 1971
- 29) Vanoni, V.A.: Transportation of suspended sediment by water, Trans. of ASCE, vol. 111, pp.67-133, 1946
- 30) 室田明、李吉永: 断面内二次流を考慮した分散係数に関する研究、第24回水理講演会論文集、pp.307-312, 1980
- 31) Elder, J.W.: The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow, J.F.M. vol.5 pp.544-560, 1959
- 32) Lau, Y.L. & Krishnappan, B.G.: Transverse dispersion in rectangular channels, ASCE, vol.103, HY10, pp.1173-1189, 1977
- 33) Webel, G. & Schatzmann, M.: Transverse mixing in open channel flow, ASCE, vol. 110, HY4, pp.423-435, 1982
- 34) Fisher, H. B.: The mechanics of dispersion in natural streams, J. Hydr. Div., ASCE, vol.93, HY6, pp.187-216, 1967

第3章 実験装置および解析方法

ここでは、行われたすべての実験に共通な実験装置と流速計測法およびデータ解析法について述べる。各実験に特有な実験装置や実験方法および実験条件については、各々の章で詳しく述べることとする。

3.1 実験水路および風洞

開水路流における実験のうち、長方形断面の滑面（第4章）および粗面（第6章）、台形断面（第5章）および粗滑混合流（第7章の2）については、群馬大学工学部建設工学科実験棟の実験水路を用い、棧型突起流（第7章の1）のみは、京都大学工学部土木工学科の実験水路を用いた。前者を水路1、後者を水路2とする。水路1は、長さ 12.5m、幅 40cm、高さ 40cmの開水路で、底面がペンキ塗装鉄板、側面がガラス張りである。この概略図を図3.1に示す。水路上流端の整流槽に四角堰から水が流入し、整流板、浮遊物除去のためのガーゼおよびハニカムを通し、入口で十分に一樣な流れが得られるようにした。水路2は、長さ 8m、幅 30cm、高さ 20cmのアクリル製開水路で、その概略図を図3.2に示す。ここでも水路流入口には整流板を設置し、またガーゼを張って水中の浮遊物を除去すると共に、一樣な流れが得られるようにした。両者とも、水路勾配はジャッキによって調整され、下流端の可動堰を調節することにより、計測位置付近において所定の水深でほぼ等流状態が得られるようにした。計測位置は、水路1では一貫して入口より 7.5m 下流に、水路2では 6m 下流に設けた。

次に、長方形断面流（第4章）については風洞における実験を行った。これは京都大学工学部土木工学科に設置されたものである。風洞の概略図を図3.3に示す。整流洞は、断面が 40cm x 40cmで図のような整流を行っており、縮流部には正弦曲線を用いている。計測断面は、長さ 6m、幅 40cm、高さ 8cm で、アクリル製である。計測位置は、計測断面入口より 5m 下流に設けた。また計測断面入口には、ダクト上下面に幅 5cmのサンドペーパーを張り境界層の発達を促進し、計測位置で十分に発達した乱流が得られるようにした。

各実験においては、これらの流路断面内に各種境界条件を変化させるための装備を施した。

3.2 流速計およびデータ処理方法

流速計としては、水流および空気流共に2チャンネルの熱線流速計システムを使用した（空気流のすべてと開水路の棧型突起流については DISA 55M シリーズ、その他の開水路流については KANOMAX 7000 シリーズ）。後者の流速計についてはリニアライザーを通して線形化を行っている。検定は、実験水路下部に設置された検定水槽において台車によって行われた。リニアライザーを用いた場合の検定カーブの一例を図3.4に示す。流速 U と出力電圧 E との線形性は良好である。これから最小自乗法によって較正直線を決定し、これは次式で表される。

$$E_i = A_i U_i + B_i \quad (3.1)$$

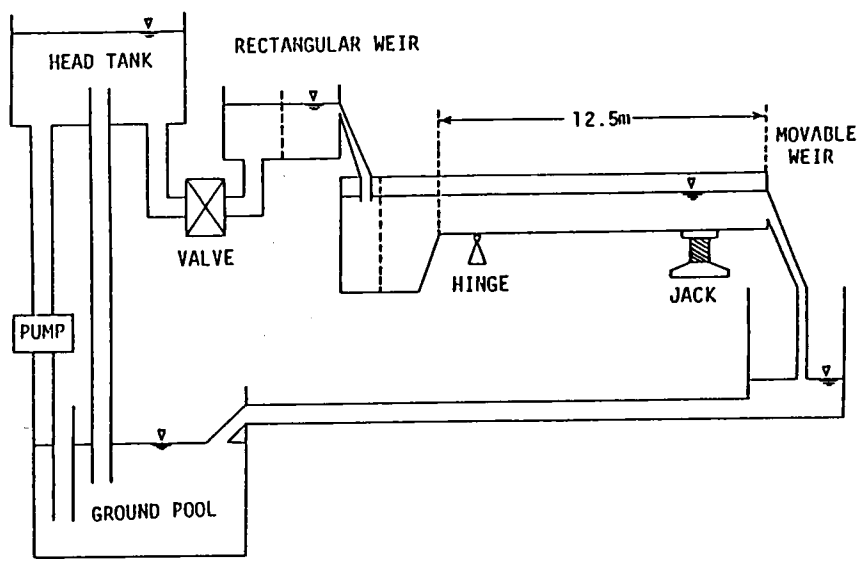


図 3. 1 実験水路 (水路 1)

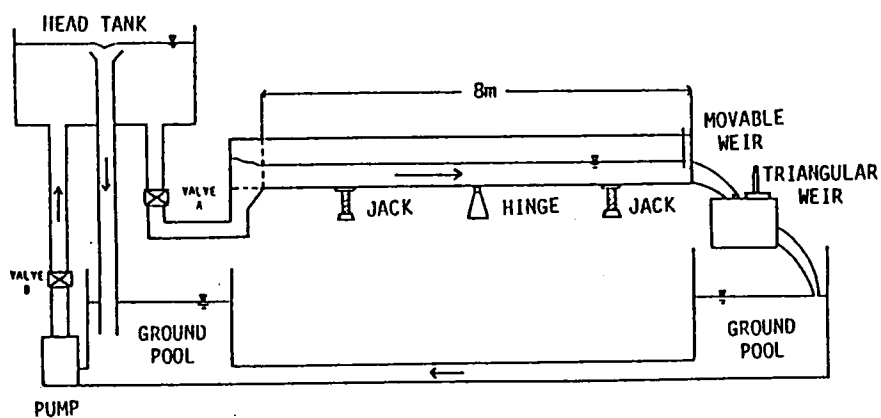


図 3. 2 実験水路 (水路 2)

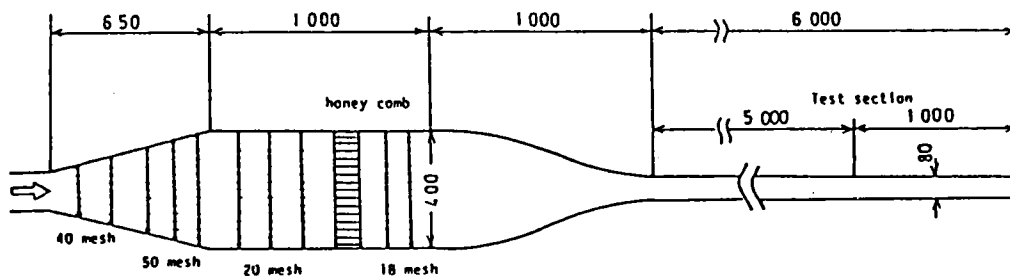


図 3. 3 実験風洞

しかし、実験前と実験後の検定において直線の傾きが若干変化する。これは水温の変化等によってプローブ特性が変化したことによるもので、ある程度は避けられない¹⁾。したがって、シリーズ毎の実験開始前と実験終了後に検定を行い、このように係数が変化していれば計測時の水温で比例配分によって各計測点に対して較正係数を変化させて与えた。この場合、較正直線は1ケースについて実験前後の2つあり、それぞれ2チャンネルあるから、合計4つの較正直線が得られる。なお、空気管路の場合はこのような係数の変化は無視できるほど小さかった。プローブは水流においてはX型ホットフィルムプローブ (DISA 55R63およびTSI 1241-60W)、空気流においてはX型ホットワイヤープローブ (DISA 55P61) を用いた。これらのプローブはいずれもほぼ同じ寸法を持つ。この流速計からの出力電圧は一旦データレコーダに記録された後、AD変換され、大型計算機 (FACOM-M280) またはパーソナルコンピュータ (KANOMAX REALEX16) で処理された。AD変換のサンプリング周波数並びにサンプリング個数などについては各々の実験で異なり、各章で述べることにする。

また、座標系については第2章の基礎方程式の説明において使用したものと同一である。

3. 3 三次元の乱流計測方法

流速計にはいづれもX型の2チャンネルのプローブを用いている。この先端部分の拡大図を図3. 5 (a) に示す。2本のセンサーが互いに直角となるように設置され、主軸方向に対して45°傾いている。各センサーはセンサーに直角な方向の流速成分を感じる。プローブの主軸方向PP' とこれに垂直な方向QQ' の瞬間流速 \bar{u} 、 \bar{v} とすると、各センサーは図3. 5 (b) に示されるようにそれぞれ \bar{u}_1 、 \bar{u}_2 を計測することになり、これから次式によって \bar{u} 、 \bar{v} が求められる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= (\sqrt{2}/2) (\bar{u}_1 + \bar{u}_2) \\ \bar{v} &= (\sqrt{2}/2) (\bar{u}_1 - \bar{u}_2) \end{aligned} \right\} (3.2)$$

本実験方法では、流れの3方向成分を同時に計測することはできないため、センサー面をxy平面に置いて主流成分と鉛直成分を計測するシリーズaと、プローブを90°回転させてセンサー面をxz平面に置いて主流成分と横断成分を計測するシリーズbの2回に分けて計測し、後に平均値について合成する方法をとった²⁾。平均流速 U 、 V 、 W 、乱れ強度 u' 、 v' 、 w' 、レイノルズ応力 $-\overline{uv}$ 、 $-\overline{uw}$ は次のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} U &= (1/N) \sum_{i=1}^N \bar{u}, \quad V = (1/N) \sum_{i=1}^N \bar{v}, \quad W = (1/N) \sum_{i=1}^N \bar{w} \\ u' &= ((1/N) \sum_{i=1}^N (\bar{u} - U)^2)^{1/2} \\ v' &= ((1/N) \sum_{i=1}^N (\bar{v} - V)^2)^{1/2} \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 w' &= \left((1/N) \sum_{i=1}^N (\bar{w} - W)^2 \right)^{1/2} \\
 \overline{uv} &= (1/N) \sum_{i=1}^N (\bar{u} - U)(\bar{v} - V) \\
 \overline{uw} &= (1/N) \sum_{i=1}^N (\bar{u} - U)(\bar{w} - W)
 \end{aligned}
 \tag{3.2}$$

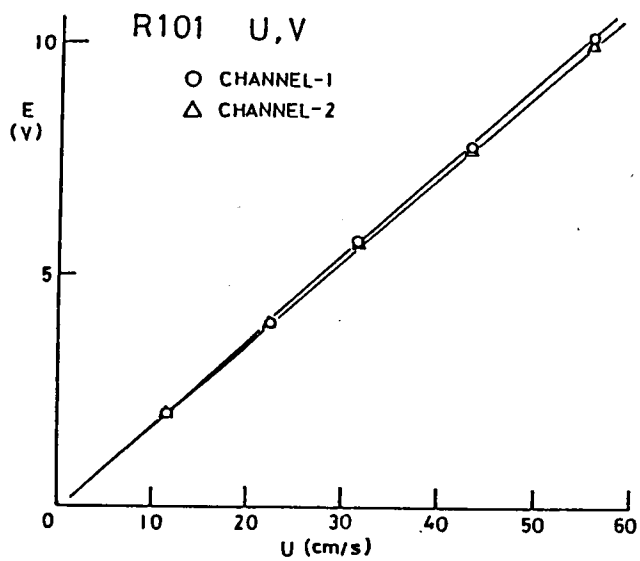


図 3. 4 ホットフィルム流速計検定曲線の一例

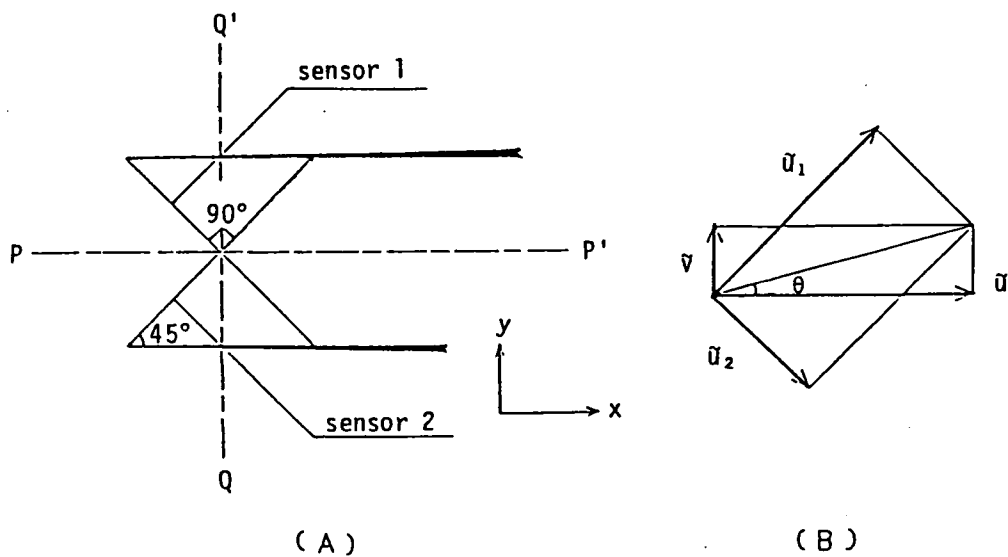


図 3. 5 x型プローブの説明図

この結果、平均主流速 U と主流方向の乱れ強度 u' ($\equiv u$ の rms 値) は両方から得られるが、これらの値は2つのシリーズで若干異なる。したがって、これら2つについてはこの平均値をより正確な値とみなし、乱れの相似性を考慮して次のように補正した。ただし、シリーズ a および b の値には添え字 a、b をつけて示す。

$$\begin{aligned}
 U &= (U_a + U_b)/2 \\
 V &= (U/U_a)V_a \\
 W &= (U/U_b)W_b \\
 u' &= (u'_a + u'_b)/2 \\
 v' &= (u'/u'_a)v'_a \\
 w' &= (u'/u'_b)w'_b \\
 -\overline{UV} &= (u'/u'_a)^2(-\overline{UV})_a \\
 -\overline{UW} &= (u'/u'_b)^2(-\overline{UW})_b
 \end{aligned}
 \tag{3.3}$$

この a、b の2つのシリーズの間の誤差は、空気流の場合は非常に小さいが、開水路では U については最大で U_{\max} の 2% 程度であり、 u' については最大で U_{\max} の 1% 程度で多少のばらつきがみられた。

3. 4 二次流の計測方法

二次流速成分は、最大主流速のわずか 2~3% 程度であり、乱れ強度よりも小さなオーダーであるから計測には細心の注意を要する。開水路流においてはホットフィルム流速計を用いた場合、次のような誤差が考えられる²⁾。

a) X 型プローブは、互いに直交し主流に対して 45° 傾斜した2本のセンサーから成り、このセンサーの間隔が約 1mm あるため、両センサーに平行な面に対して垂直な方向に大きな速度勾配がある場合には、両センサーの感じる主流速値が異なり、二次流速はこの誤差を含むことになる。

b) プローブが主流に対してわずかに傾いても、二次流速には大きく影響する。

c) 水流においては、水中の不純物や気泡の影響を受けやすく、特にこれが2つのセンサーで同一でない場合は、2つのセンサーの出力の差として得られる二次流速には大きな誤差が見込まれる。

この内、空気流では、c) の誤差はかなり軽減するが、a)、b) の誤差は同様に考えられる。特に、a) については、底面近くの W と側壁近くの V に影響が大きい。これについて若干の考察をすると V または W はセンサー2とセンサー1の差として次のように表される。

$$V = \sqrt{2/2} \cdot (U_2 - U_1)$$

ここで、添字 1、2 はそれぞれセンサー1、2 の出力を表し、 W の場合も同様であるので省く。

流速分布が対数則に従うと仮定し、センサー間の距離を l とすると2つのセンサーの間の主流速差 ΔU は

$$\Delta U = U_2 - U_1 = U_x l / \kappa y$$

となり、滑面では $U_x/U_{\max} \approx 0.045$ で、 $l = 0.1\text{cm}$ であり、計測点の最低高さが 0.3cm であるからこのとき、 $\Delta U = 0.0075U_{\max}$ となり、二次流の最大値が約 $0.02U_{\max}$ であるので、誤差はかなり大きくなる。しかし、壁面から離れたところではこの誤差は小さくなる。これを補正するには主流速の実測値を用いる方法も考えられるが、これにも多少の誤差が含まれるため正確な補正値を得ることは難しい。本研究では簡単にほぼゼロに近い値をとる位置、すなわち、 W については対称面の分布、 V については底面近傍と水面近傍の分布の近似的なトレンドを線形回帰によって求め、これを全断面の値から差し引くという簡便方法を取った。また、この影響はレイノルズ応力にも現れる。これは同様にセンサー1とセンサー2の出力を用いて次のように表される。

$$\overline{uv} = (\overline{u_2^2} - \overline{u_1^2})/2$$

したがって乱れ強さの勾配の影響を受けるが、これは壁面のごく近傍以外では小さいと考えられ、これについては特別な補正を施さなかった。b) の影響については、質量保存則が満足されるように、次式によって補正することができる²⁾。

$$V = \hat{V} - (2/B) \int_0^{B/2} \hat{V} dz \quad (3.4)$$

$$W = \hat{W} - (1/H) \int_0^H \hat{W} dy \quad (3.5)$$

ここに、 \hat{V} 、 \hat{W} は実際の計測値であり、 V 、 W は補正後の値である。空気流についてはこれらの補正によってかなり精度のよい計測値が得られるが、開水路ではc) の誤差が深刻となる。これについては、十分にプローブを洗浄し、ごみや気泡の付着を常時監視し、また、出力信号をオシログラフでモニターして、異常があればプローブを洗浄して計測をやり直すという手順を繰り返し、この誤差の軽減に努めた。本実験ではこれらの方法によって、開水路流の二次流計測がかなり可能であることが確認された。得られた結果は厳密な解析には耐えるほどの精度は期待されないかもしれないが、二次流速の概算値とその流れパターンは十分に解析されるものと考ええる。

また、滑面の長方形断面開水路の実験(第4章)については別の方法を試み²⁾、流速信号をリニアライザーで線形化した後、加減演算器によって二次流速 V または W を単独に直接に計測するという方法を取った。この方法の結果と前述の方法による結果とはおよそ一致することが確認されたため、これ以外のケースではこの様な二次流単独の計測は行わなかった。

3. 5 壁面せん断応力の評価方法

局所的な壁面せん断応力を直接に計測することはかなり困難であるが、実用的な間接的方法として以下のようなものがある。

(1) プレストン管法

壁法則の仮定に基づいて、ピトー管を壁面に接触させてその差圧の読みから局所的壁面せん断応力を求める方法であり、Preston(1954)⁴⁾ によって開発され、較正曲線が与えられた。Patel(1965)⁵⁾ は、この方法をさらに吟味して Preston の較正式を若干修正し、ピトー管の先端が、粘性底層、遷移領域、完全乱流域に入る場合の関係式を与えている。また、Hwang and Laursen(1965)⁶⁾ は、完全粗面に対してこのプレストン管法を適用し、その較正曲線を与えている。

(2) 対数則による評価方法

主流速分布が対数則 (2.54) に従うと仮定し、これに一致させるように摩擦速度 u_* を求め、これからせん断応力を計算する方法である。これについては、実際にどの部分の流速をどのように一致させるかが研究者によって異なり不確定な要素がある。著者はこの方法を採用したが、その具体的な計算法については後に述べることとする。

(3) レイノルズ応力 $-\overline{uv}$ や $-\overline{uw}$ の分布による評価方法

二次元流れの場合、せん断応力は直線分布することから、式(2.53)において粘性項を無視すれば レイノルズ応力 $-\overline{uv}$ や $-\overline{uw}$ を実測することによって u_* が求められる。しかし、この値は主流速に比べ計測精度が悪い。

以上のうち、(1)と(2)は両方とも壁法則に基づいているため完全乱流域であれば同じことになる。但し、プレストン管では1測点のデータから決めるのに対して、対数則法では数点のデータから決めることになる。Ghosh and Roy(1970)⁷⁾ は、対数則法の結果はプレストン管法と異なり、局所的な変化が現われにくいとしているが、これはおそらく壁から離れたところの流速分布まで含めたためであろう。この場合、三次元乱流場においても対数則が成立するか、さらにカルマン定数 κ が一定であるかという点が問題となる。この点について Huffman and Bradshaw(1972)⁸⁾ は κ は普遍定数であるとの結論に達しており、また Sarma and Lakshminarayana(1983)⁹⁾ は、長方形開水路において底面でも側壁でも内部層では同一の壁法則が成立することを示した。したがって、対数則法についても壁面近傍に対してのみこれを適用すれば、せん断応力の正しい評価が可能と考えられる。 $-\overline{uv}$ による評価法は、これらとは独立な方法であり、式 (2.66) のように二次流の影響を受けるが、 y をゼロに近づけると $-\overline{uv} + \nu \partial U / \partial y$ は τ_0 / ρ に近づくことがわかる。しかし、壁近くでは $\nu \partial U / \partial y$ が大きくなるため、 $-\overline{uv}$ の分布からの評価は困難である。

以上のようなような間接的方法が考えられるが、本論文では、プレストン管ではマノメータの差圧の読み取り精度に問題があることと、レイノルズ応力による評価ではこの分布にばらつきが大きいことを考慮して、対数則による評価方法を採用した。この具体的な方法について述

べる。まず、片対数紙上に U を y に対してプロットし、壁から何番目の点までがほぼ直線分布と見なせるかを決定し、これを n とする。次に、式(2.54)を変形して

$$\begin{aligned} U/U_x &= (1/\kappa) \ln(My), & (3.6) \\ M &= 9U_x/\nu \quad (\text{滑面}) \\ M &= 30/\kappa s \quad (\text{粗面}) \\ M &= U_x E/\nu \quad (\text{遷移領域}) \\ E &= \exp(\kappa Bs/(U_x k/\nu)) \\ Bs &= \{5.5 + 2.50 \cdot \ln(U_x k/\nu)\} \exp[-0.217 \{\ln(U_x k/\nu)\}^2] \\ &\quad + (1 - \exp[-0.217 \{\ln(U_x k/\nu)\}^2]) \end{aligned}$$

と表し、この遷移領域のものは、Nikradse(1926)¹⁰⁾の実験結果に一致するようにKrishnappan(1984)¹¹⁾が与えたものである。これから最小自乗法によって摩擦速度 U_x が次のように計算される。

$$U_x = \kappa \{ \sum_{i=1}^n U_i \cdot \ln(My_i) + \sum_{i=1}^n U_i \} / \{ \sum_{i=1}^n (\ln(My_i)) \cdot (\ln(My_i) + 1) \} \quad (3.7)$$

ここで、滑面および遷移領域の場合は M に U_x が含まれるため、式(3.7)は反復法による収束計算によって求められた。また、粗面の場合は壁面近くで直線分布するように軸の原点の位置が決定された。また、側壁については、側壁に垂直な方向に対して対数則を適用し、同様な方法で壁面せん断応力を求めた。

このように U_x が得られたならば、

$$\tau = \rho U_x^2 \quad (3.8)$$

によって壁面せん断応力 τ が得られる。ここで、 τ の平均値として次の量を定義する。

$$\tau_b = (2/B) \int_0^{B/2} \tau dz \quad : \text{底面の平均せん断応力} \quad (3.9)$$

$$\tau_w = (1/H) \int_0^H \tau dz \quad : \text{側壁の平均せん断応力} \quad (3.10)$$

$$SF_b = B \cdot \tau_b \quad : \text{底面に働く全せん断力} \quad (3.11)$$

$$SF_w = 2H \cdot \tau_w \quad : \text{側壁に働く全せん断力} \quad (3.12)$$

$$SF_o = SF_b + SF_w \quad : \text{全潤辺に働くせん断力} \quad (3.13)$$

$$\bar{\tau} = SF_o / (B + 2H) \quad : \text{全潤辺の平均せん断応力} \quad (3.14)$$

また、これから次のように摩擦損失係数 f' および Manningの粗度係数 n が計算される。

$$f' = 8(\tau / \rho U_m^2) \quad (3.15)$$

$$n = (f' \cdot R^{1/3} / 8g)^{1/2} \quad (3.16)$$

ここに、 ρ は流体の密度、 U_m は断面平均流速である。後の各章で述べるように、実際に得られた τ の値はエネルギー勾配より求めた断面平均値 τ 。とほぼ一致することが確かめられ、対数則法は壁面せん断応力の評価方法として妥当であることが確認された。

参考文献

- 1) 橋津家久；開水路の乱流構造に関する基礎的研究、京都大学学位論文、1977
- 2) 富永晃宏、江崎一博；長方形断面開水路流の三次元乱流構造に関する実験的研究、土木学会論文集、第357号／Ⅱ-3、pp.81-88, 1985
- 3) Müller, A. & Studerus, X.: secondary flow in an open channel, Proc. XVII IAHR Congress, Cagliari, vol.3, pp.19-24, 1979
- 4) Preston, J.H.: The determination of turbulent skin friction by means of Pitot tubes, J. Roy. Aero. Soc. vol.58, 109, 1954
- 5) Patel, V.C.: Calibration of Preston tube and limitation on its use in pressure gradients, J.F.M. vol.23, part 1, pp.185-208, 1965
- 6) Hwang, L.S. & Laursen, E.M.: Shear measurement technique for rough surfaces, ASCE, vol.80, HY2, 1965
- 7) Ghosh, S.N. & Roy, N.: Boundary shear distribution in open channel flow, ASCE, vol.91, HY4, pp.967-993, 1970
- 8) Huffman, G.D. and Bradshaw, D.: A note on Von Karman's constant in low Reynolds number flow, J.F.M. vol.53, pp.45-60, 1972
- 9) Sarma, K.V.N., Lakshminarayana, D. & Rao, N.S.L.: Velocity distribution in smooth rectangular open channels, ASCE, vol.109, HY2, pp.270-289, 1983
- 10) Nikradse, J.: Untersuchungen über die Geschwindigkeitsverteilung in Turbulenten Strömungen, Thesis., Göttingen, V.D.I.Forsch, 281, 1926
- 11) Krishnappan, B. G.: Laboratory verification of turbulent flow model, J. Hydr. Eng., ASCE, vol.110, No.4, pp.500-514, 1984

第4章 長方形断面開水路流の三次元構造に関する実験的研究

4. 1 緒言

幅の狭い開水路では、水路中央においても最大流速点が水面より下に現れる現象が古くから知られていることはすでに述べたが、これは水路中央で下降するような一対の二次流が原因と推測されている。管路流については二次流および三次元の乱流構造の計測がかなり行われているが、正方形断面のものが多く長方形断面の場合は未だ明確でない。また、この二次流パターンがそのまま開水路流に適用されたとすると、最大流速点の下降現象が説明できない。したがって開水路流は三次元構造において管路流と本質的に異なっていると考えられ、それには両者の違いである自由水面の存在の有無が重要な役割を果していると推測される。

空気管路流については、ホットワイヤー流速計が開発されてから、2. 2節に示したように多くの計測が行われている^{1), 2)}。その他では、Melling and Whitelaw(1976)³⁾ が、ほぼ正方形とみなせる管路においてレーザードップラー流速計によって詳細な計測を行い前述の研究者らの結果と比較を行った点が注目される。正方形以外の管路に関する計測は少ないが、Tracy(1976)⁴⁾ はアスペクト比が 6.4: 1 の長方形管路において乱流特性量の計測を行っている。開水路流については精度のよい流速計の開発の遅れや計測の困難さから二次流も含めた計測例は非常に少ない。著者の他に最近では橋津家久・中川博次(1986)⁵⁾ が開水路流においてレーザ流速計を用いて詳細な計測を行いその内部構造の検討を行っている。

また、二次流を直接には実測していないが、壁面せん断応力に及ぼす二次流の影響を示した実験例が多くみられる。Leutheusser(1963)⁶⁾ はアスペクト比が 1 と 3 の長方形管路流で抵抗則に及ぼす断面形状の効果を調べるため、プレストン管を用いて壁面せん断応力の分布を計測し、レイノルズ数の増加につれてせん断応力の分布は一様化され、また二次流によってくびれた分布になることを示した。Ghosh and Roy(1970)⁷⁾ は、長方形の滑面及び粗面開水路および台形の粗面開水路において、直接計測法、プレストン管法、対数則法の3つの方法を用いて、局所的壁面せん断応力の分布を計測した。その結果を比較すると、滑面では対数則法と直接法がほぼ一致するが、粗面では一致しないことを見いだした。また、滑面では最大せん断応力が、側壁では水面に、底面では中央に現れるが、粗面ではこれよりコーナーよりに少しずれるとし、これを二次流の影響と考えた。しかし、Ghoshらの実験は比較的小さいアスペクト比の場合に限られている。Kantha and Leutheusser(1970)⁸⁾ は、プレストン管法によって長方形開水路の各種アスペクト比において壁面せん断応力を計測し、その分布形状はアスペクト比の影響を顕著に受け複雑であるが、その最大値に注目すると層流や単純な乱流解析による予測と同オーダーであることを示した。また、Knight and Patel(1982, 1983)^{9), 10)} は、二次流の影響によってせん断応力分布が波状の変動をすることを示し、開水路流と閉管路流においてせん断応力分布の脈動とアスペクト比の関係を調べ、この脈動から二次流パターンが予測されたとし、アスペクト比が大きい場合には中央領域に及ぶ縦渦群が存在していると推測した。そして、開水路

の方が閉管路より二次流による変動が大きいと述べている。

非円形断面を持つ流れの平均壁面せん断応力は式 (2.58)、(2.59) によって計算される。しかし円管以外の流れにおける抵抗則は複雑な要素が影響して現在でも明確でない。Tracy and Lester(1961)¹¹⁾ は長方形開水路流の三次元流速分布特性を調べ、抵抗則を経験的に与えた。その他この問題に関する研究は多いが、最近では Myers(1982)¹²⁾ が、長方形開水路の過去の実験結果と自分の結果とから、摩擦係数 f とレイノルズ数 Re との関係を検討し、一般に長方形開水路の方が円管より抵抗が大きいとしながらも、その経験定数は決定的でなく、また、アスペクト比による影響も明かでないことを指摘した。しかしながら、このような抵抗則にはすでに二次流の影響が含まれているために、抵抗則に及ぼす二次流の効果を特定することは困難である。

Knight(1981)¹³⁾ はプレストン管法と対数則法によって底面の粗度を変化させた場合のせん断応力分布を計測し、主に側壁のせん断応力と底面のせん断応力の割合に対する粗度とアスペクト比の影響を検討した。また上述の断面分割における仮定を検証し、後者の仮定はほぼ満たされるが、前者については分割断面間に運動量の輸送が存在することを示唆した。また、Knight(1981, 1982)はその後の一連の研究によって、側壁に働くせん断力と全せん断力との比の百分率 $\%SF_w$ に対する経験式を次のように与えた^{14), 15)}。

$$\%SF_w \equiv 100 \cdot \frac{SF_w}{\rho g A i_e} = \exp \{-3.23 \cdot \log(\alpha + 3) + 6.146\} \cdot E(\beta) \quad (4.1)$$

$$E(\beta) = \tanh(\pi \beta) - (1/2) \cdot \{\tanh(\pi \beta) - \beta\}^2, \quad \beta = 1 - (1/5) \cdot \log(k_{sb}/k_{sw})$$

ここに、 SF_w は側壁にかかるせん断力、 A は水路断面積、 α はアスペクト比 ($=B/H$)、 k_{sb} 、 k_{sw} はそれぞれ底面および側壁の等価砂粒粗度である。もし、底面と側壁で平均せん断応力が等しいとすると、 $\%SF_w$ は幾何学的な関係によって決まり、

$$\%SF_w = 200/(\alpha + 2)$$

と表されるが、式(4.1)の $\%SF_w$ の α の増加に伴う減少率はこの幾何的な関係による減少率より大きいことがわかる。

本章では長方形断面の管路流の三次元構造をまず明らかにし、次に同じく長方形断面の開水路流の三次元構造を明らかにして、管路流と開水路流の相違点を明確にするとともに、アスペクト比(幅水深比)を種々変化させてこの影響を検討しようとするものである。

4. 2 実験方法

長方形断面の開水路および管路流の実験においては、アスペクト比の影響を中心に検討することとし、開水路流では3種類¹⁶⁾、管路流では5種類変化させた^{17), 18)}。これは、二次流の形成にはアスペクト比が重要なパラメーターになると考えたからである。開水路の実験では水路1を用い、管路流の実験では風洞を用いている。開水路流および管路流の実験条件表をそれ

それ表 4. 1 および表 4. 2 に示す。開水路では幅 B を一定とし水深を変化させたものであり、管路流では管路高さを一定として幅を管路中心に対して対称になるように可動の側壁を設置して変化させたものである。管路ではチャンネルの高さを $D = 2H$ とし、チャンネルの高さの半分が開水路の水深に対応するように定めた。したがって、アスペクト比は両者とも B/H となる。開水路ではこのアスペクト比がおおよそ 8、4、2 となる 3 ケース、管路では 10、6、4、3、2 の 5 ケースを選んだ。

計測は、いずれも流れの中央軸に関して流れの対称性がほぼ満足されており、開水路では側壁から水路中央までの $1/2$ 断面、管路では同様な $1/4$ 断面で行われた。計測点は、管路では計測時間が短くプローブの安定性もよいため、約 200～300 点と十分細かく取ったが、開水路では計測時間が長く必要であり、プローブの安定性が悪いため長時間連続した計測が困難であるため、必要最小限と考えた約 50～70 点とした。この計測点の位置は次の二次流ベクトル図の始点の位置で示される。

データのサンプリング周波数およびデータ個数は、開水路の場合それぞれ 50Hz で 2048 個、管路の場合それぞれ 2000Hz で 20000 個とした。開水路の場合データ個数が少ないのはデータ処理系にパーソナルコンピュータのみしか利用できなかったためである。また、開水路の二次流については第 3 章で述べたように別に計測しており、この場合は 50Hz で 1024 個とした。

表 4. 1 実験条件表（長方形断面閉管路）

CASE	Channel height H (cm)	Channel width B (cm)	Aspect ratio Ar(=B/H)	Hydraulic radius R (cm)	Mean velocity U_m (cm/s)	Maximum velocity U_{max} (cm/s)	Reynolds number Re ($=4RU_m/\nu$)	Friction velocity $U_{\tau 0}$ (cm/s)
A	4.0	40.0	10.0	3.33	5.902	7.162	4.95×10^4	0.304
B	4.0	24.0	6.0	3.00	5.682	7.095	4.29×10^4	0.299
C	4.0	8.0	2.0	2.00	5.499	7.197	2.74×10^4	0.291
D	4.0	12.0	3.0	2.40	5.723	7.197	3.40×10^4	0.309
E	4.0	16.0	4.0	2.67	5.846	7.197	3.93×10^4	0.286

$$U_{\tau 0} = \sqrt{(-dP/dx)R/\rho}$$

表 4. 2 実験条件表（長方形断面開水路）

CASE	Discharge Q (cm^3/s)	Flow depth H (cm)	Channel width B (cm)	Aspect ratio Ar(=B/H)	Hydraulic radius R (cm)	Mean velocity U_m (cm/s)	Maximum velocity U_{max} (cm/s)	Reynolds number Re ($=4RU_m/\nu$)	Froude number Fr	Energy gradient i_e ($\times 10^{-3}$)
S1	7946	5.00	40.0	8.00	4.00	39.73	46.31	6.37×10^4	0.57	0.937
S2	7584	10.15	40.0	3.94	6.73	18.68	23.50	5.07×10^4	0.19	0.138
S3	15139	19.90	40.0	2.01	9.97	19.24	24.36	7.31×10^4	0.18	-

4. 3 二次流の構造

管路流の二次流ベクトル図を図 4. 1 に、開水路流の二次流ベクトル図および次式によって計算された流れ関数 ψ の等値線すなわち二次流の流線を同時に図 4. 2 に示す。

$$\psi = - \int_0^y W \, dy \quad (4.2)$$

ψ は U_{\max} と H で無次元化されている。以下にまず管路流の二次流構造の特徴を列挙する。

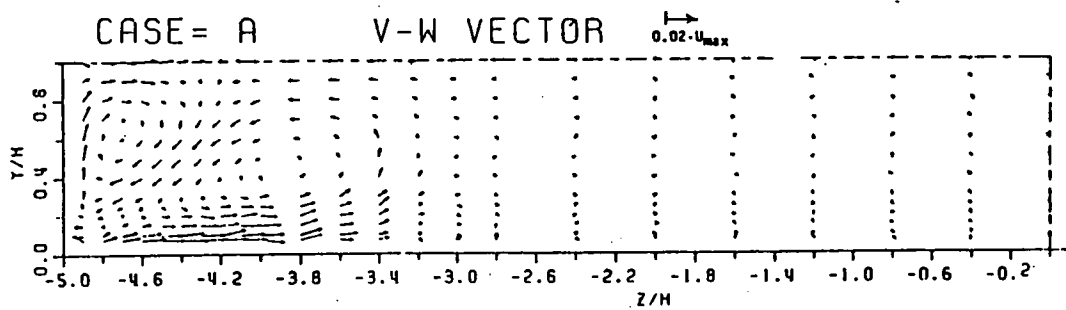
- a) いずれのアスペクト比においてもコーナーの角の 2 等分線に沿ってコーナーへ向かって流れる一対の二次流が明確に存在する。このうち側壁側（短辺側）の渦を側壁縦渦、底面側（長辺側）の渦を底面縦渦と呼ぶことにする。
- b) $\sqrt{V^2+W^2}$ で定義される二次流の大きさの最大値はほぼ $0.015U_{\max}$ 程度であり、これは例えば Brandrett and Bains¹⁾ の正方形ダクトの結果と同程度である。
- c) コーナーへ向かう流れの角度、大きさともアスペクト比によってほとんど変化しないから、側壁渦はその形、大きさとも変化しない。
- d) 底面縦渦はアスペクト比の増大とともに、横方向の幅が増大し、渦の中心も管路底面中央の方へ移動する。アスペクト比が 3 以下では底面縦渦は中央断面にまで達し、4 以上になると底面縦渦の横幅はほぼ $1.6 \sim 1.8H$ にまで発達することがわかる。
- e) 顕著な渦はこの 2 つのみで、並列らせん流のような縦渦群はみられない。

以上から、二次流のパターンに注目すると、開水路流の最大流速位置が水面より下に現れるという特徴がうまく説明できないことがわかる。

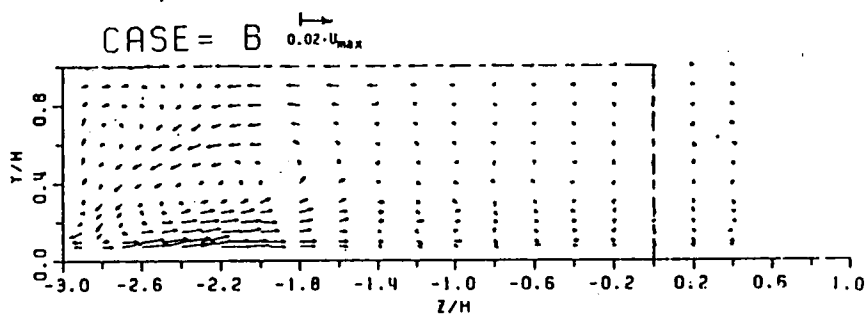
次に、開水路流の計測された二次流構造の特徴を以下に列挙する。

- a) $y/H \approx 0.6$ 付近で水平に中央から側壁に向かう流れと、水面および底面で側壁から中央へ向かう流れが一対の渦を形成している。この水面側の渦を水面縦渦、底面側の渦を底面縦渦と呼ぶことにする。
- b) アスペクト比が 2 のケース S 3 では幾何的制限により、水面縦渦と底面縦渦の幅が等しくなるが、アスペクト比が増大すると、水面渦は幅が増大して水深の 2 倍程度にまで発達し、偏平な渦となる。一方、底面縦渦の幅はアスペクト比によらずほぼ水深程度である。
- c) 二次流の大きさの最大値は、ケース S 1、S 3 では最大主流速の約 1.5% 程度であり、管路流の場合と同程度である。ただし、ケース S 2 では約 3% とかなり大きかった。
- d) 鉛直方向の流速 V に比べて横断方向の流速 W の方が大きく支配的である。
- e) ケース S 1 では $z/H = 2 \sim 3.5$ 付近に非常に弱い反時計回りの渦が形成されているようであるが、絶対値が小さいだけに実験精度の点から断定はできない。

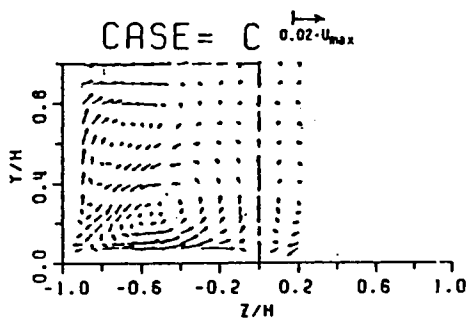
開水路流での最大の特徴は水面縦渦の発達であり、これは管路流における側壁渦が変形したものと解釈されよう。これによって最大流速位置の下降現象が説明可能となる。この水面縦渦に抑制される形で、底面縦渦が発達できず、また鉛直流速 V が小さくなったものと考えられる。



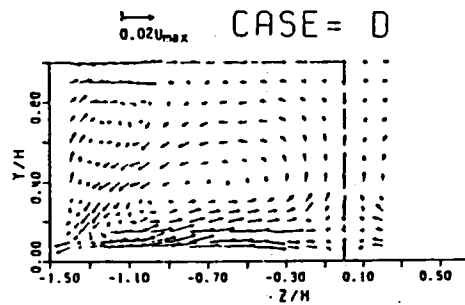
(a)



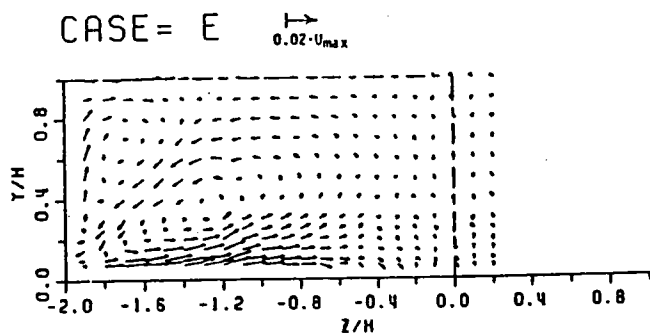
(b)



(c)



(d)



(e)

図 4. 1 二次流ベクトル図 (空気管路流)

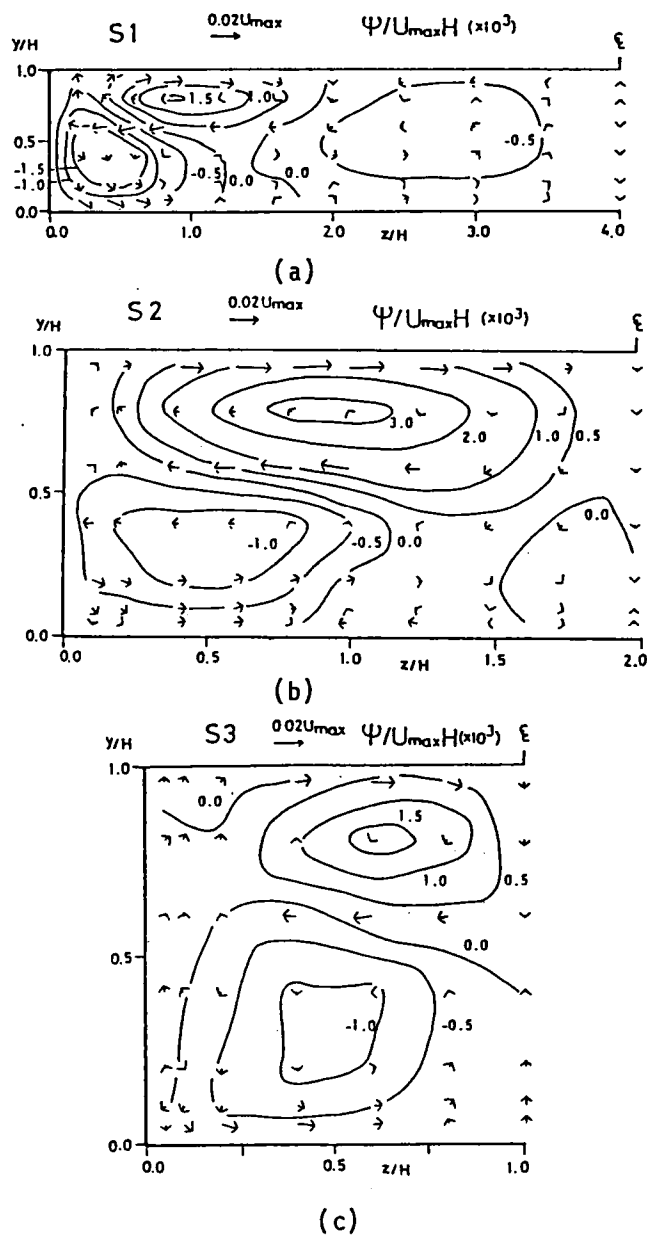


図 4. 2 二次流ベクトル図（開水路流）

4. 4 平均主流速分布

平均主流速 U を最大主流速 U_{max} で無次元化した等値線を、管路流について図 4. 3 に、開水路流について図 4. 4 に示す。図 4. 3 (c) には正方形断面管路で得られた Melling and Whitelaw(1976)³⁾ の結果も併示してある。この管路流における特徴は次の通りである。

- a) 等値線はコーナーに向かって緩やかに張り出し(加速され)、側壁中央および底面上の側壁からある距離離れたところで壁から離れる方向に膨らむ(減速される)。この底面の膨らみは底面渦の大きさと対応し、アスペクト比が 3 以下では水路中央になる。
- b) 側壁による三次元性の影響は、側壁から $2H$ 程度までであり、アスペクト比が 4 より大きい場合これより中央側にはほぼ二次元的と見なせる領域が存在する。

これらと二次流構造の対比より、二次流のある場合の主流速分布の特性として、二次流の壁に向かうところでは加速され、二次流の壁から離れるところでは減速されるといえる。これは壁近くの相対的に遅い流体と壁から離れたところの相対的に速い流体の間に、二次流による運動量輸送の効果が現れていることを示すものと考えられる。このことは基本的には開水路流にも適用される。開水路流の特徴は以下のようである。

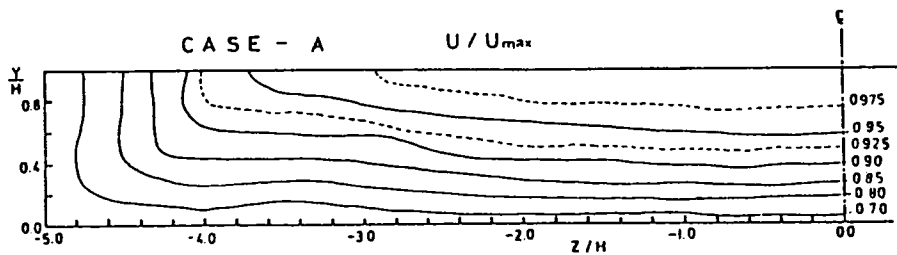
- a) 水面付近が著しく減速され、アスペクト比が 4 以下のケース S 2 と S 3 では水路中央部で最大流速の位置が水面よりおよそ $0.3H$ および $0.2H$ だけ下に現れる。
- b) アスペクト比の大きいケース S 1 では、 z/H が 2 以下の領域に水面での減速領域が存在し、 z/H が 2 以上では若干の変動はあるもののほぼ二次元流と見なせる。
- c) ケース S 3 以外では、 z/H が 1 以下の底面近くで等値線が上に押し上げられた形状を示し、これは底面縦渦の影響と考えられる。

この様に、管路流、開水路流いずれにおいても主流速の三次元分布構造は二次流の影響を顕著に受け、両者の対応関係は明白である。したがって、この管路流と開水路流の主流速構造の違いは二次流構造の違いによるものであり、開水路流での最大流速位置の降下というよく知られた現象が水面縦渦の発達によるものであると結論づけられる。

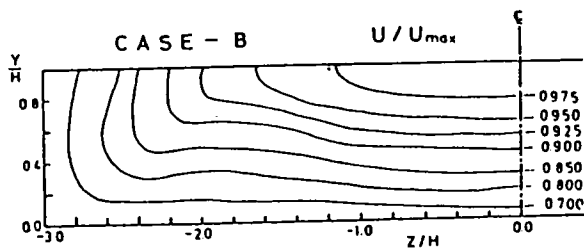
開水路流における最大流速位置の降下の程度を把握することは三次元構造を理解する上で重要である。これを示す指標としてレイノルズ応力 $-\overline{uv}$ がゼロとなる点すなわち $\partial U / \partial y = 0$ となる点の座標を求め、図 4. 5 に示した。この分布は z/H と y/H で表せば、アスペクト比によらずほぼ同じ位置にすることが注目される¹⁹⁾。そこで、この曲線形を実験的に見だし、次のような関数で近似されることが判明した。

$$y' = Y' \{1 + \sinh(\alpha(z' - Z')) / \sinh(\alpha Z')\} \quad (4.3)$$

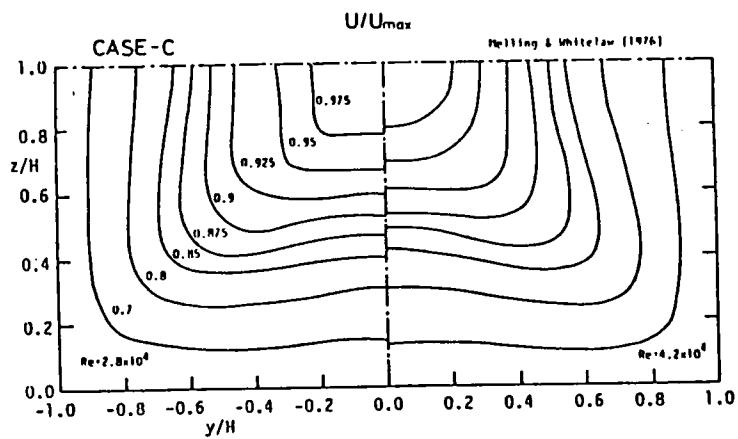
ここに、 $y' = y/H$ 、 $z' = z/H$ 、 (Y', Z') は変曲点の座標、 α はパラメータである。この場合は $Y' = 0.7$ 、 $Z' = 1.0$ 、 $\alpha = 1.0$ としたものを図中に実線で示した。実験値と式(4.3)の一致は良好である。



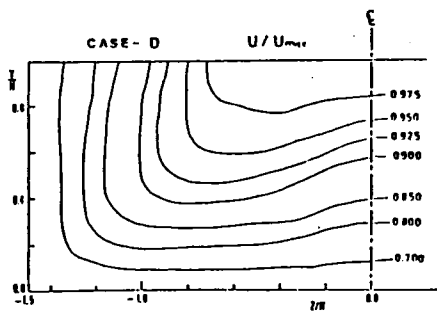
(a)



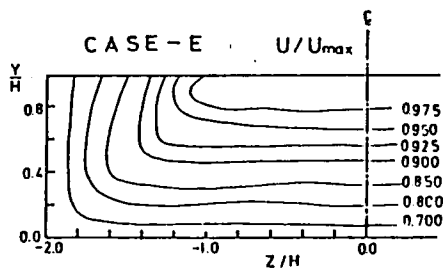
(b)



(c)



(d)



(e)

図 4. 3 平均流速の等値線 (空気管路流)

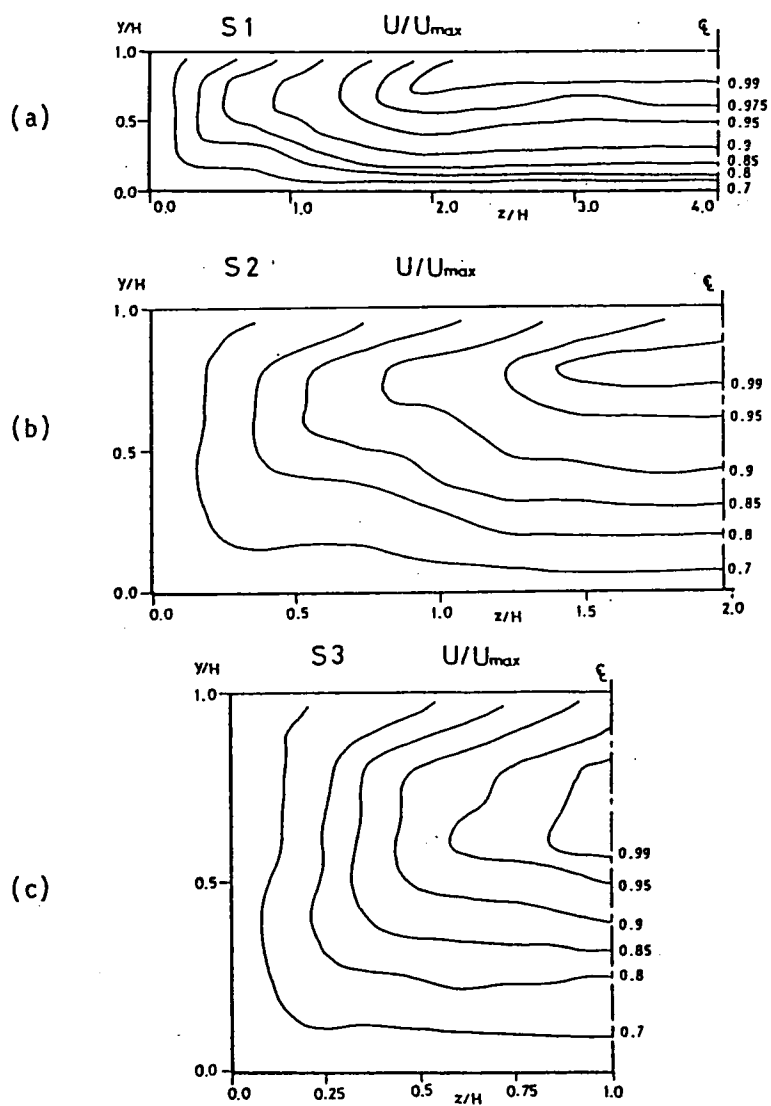


図 4. 4 平均主流速の等値線（開水路流）

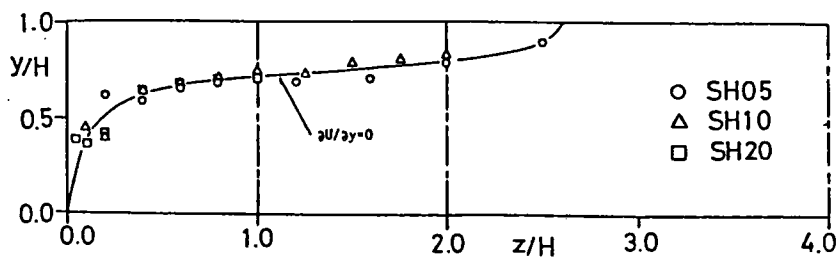


図 4. 5 $\partial U / \partial y = 0$ の曲線（開水路流）

次に主流速 U の対数則分布について考察する。管路流および開水路流について $U^* = U/U_x$ 、 $y^* = U_x y/\nu$ に対して片対数紙上にプロットした図をそれぞれ図 4. 6、4. 7 に示す。ここで用いた摩擦速度 U_x は 3. 5 節で述べた方法によって求めた局所的な摩擦速度であり、図中の直線は滑面の場合の対数則分布式、

$$\frac{U}{U_x} = 2.5 \ln \frac{y U_x}{\nu} + 5.5 \quad (4.4)$$

を示す。管路の場合、底面に対する分布は側壁に最も近い場合を除いて底面近くで対数則に良好に一致している。 $z/H \geq 2$ では、分布はほとんど重なり、 $y/H \leq 0.4$ ($y^* \leq 300$) で式(4.4)に一致し、これより上では管路中心にコア領域が生じているため上方に少しずれ再びこれに近づく。これより側壁に近くなると上層部が下にずれ始め、一旦ピークを取ってから再び減少するが、 $z/H \approx 0.5$ までは $y/H \leq 0.4$ ($y^* \leq 300$) で対数則に従っている。これよりさらに側壁に近づくにつれ始める位置が徐々に底面に近づく。次に、側壁に垂直な分布を見ると、底面のごく近傍を除いてやはり $z/H \leq 0.4$ ($z^* \leq 300$) でほぼ対数則に従っている。外層では対称面近くで上側に、底面近くで下側にずれている。

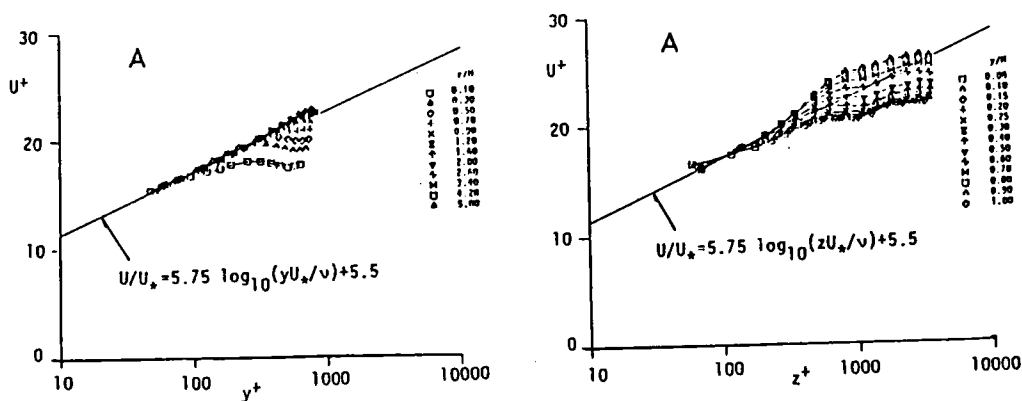


図 4. 6 対数則分布（空気管路流）

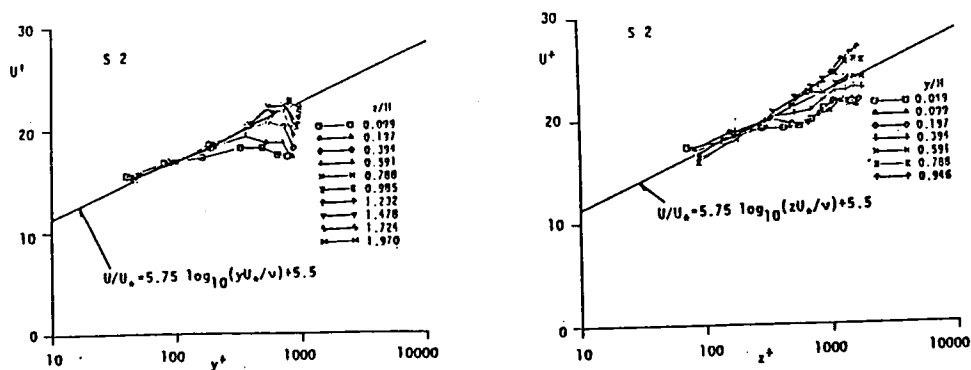


図 4. 7 対数則分布（開水路流）

開水路流の場合、底面に対する分布は水面近くでの減少の割合が大きいことを除けば、管路流とほぼ同様な傾向を示す。最近、Nezu and Rodi(1986)²⁹⁾ は開水路乱流の平均流速が $y/H > 0.2$ の外部領域で対数則から上方にずれて、Log-Wake則を適用すべきことを指摘した。外部領域では、確かに対数則から上にずれるが、 $y/H < 0.4$ ではよく対数則に従うことがわかる。側壁に対する分布は、外層での分布が若干異なるが、管路と同様に底面のごく近傍を除いて $z/H < 0.4$ ($z^+ \leq 300$) で対数則によく従っている。

したがって、これから対数則による壁面せん断応力の評価が妥当であることがわかる。また、壁法則については管路流と開水路流で大きな違いはないといえる。しかし、ここでは無次元化に用いた u_τ の分布が異なっていることに注意しなければならない。

4. 5 壁面せん断応力分布

対数則から求めた摩擦速度から式(3.8)を用いてせん断応力を計算し、式(3.9)から(3.16)によって得られたせん断応力の各平均値を管路流について表4. 3に、開水路流について表4. 4に示す。管路流、開水路流ともに全潤辺の平均値 $\bar{\tau}$ は、エネルギー勾配より求めた τ_0 とほぼ一致し、対数則法の妥当性が確認される。アスペクト比が大きくなるにつれて、側壁での τ_w の底面での τ_b に対する比が小さくなる傾向にある。管路流と開水路流を比べると、同一アスペクト比に対しては τ_w/τ_b の値は相対的に管路流の方が若干大きいようである。ただし、アスペクト比1のケースCでは底面と側壁は流れの対称性から完全に一致するはずであるが、若

表4. 3 平均せん断応力(空気管路流)

CASE	ASPECT RATIO (B/H)	τ_0 (Kg/ms ²) ($\times 10^3$)	$\bar{\tau}$ (Kg/ms ²) ($\times 10^3$)	τ_b (Kg/ms ²) ($\times 10^3$)	τ_w (Kg/ms ²) ($\times 10^3$)	$\frac{\tau_w}{\tau_b}$	$\frac{SF_w}{SF_0}$	f'	n
A	10.0	11.090	10.863	11.317	8.593	0.759	0.138	0.0208	0.0102
B	6.0	10.710	10.366	10.897	8.772	0.805	0.212	0.0214	0.0101
C	2.0	10.093	10.758	11.080	10.435	0.942	0.485	0.0239	0.0097
D	3.0	11.341	10.757	11.107	10.232	0.921	0.381	0.0221	0.0097
E	4.0	9.816	10.990	11.339	10.288	0.907	0.312	0.0214	0.0099

表4. 4 平均せん断応力(開水路流)

CASE	ASPECT RATIO (B/H)	τ_0 (g/cms ²) ($\times 10^3$)	$\bar{\tau}$ (g/cms ²) ($\times 10^3$)	τ_b (g/cms ²) ($\times 10^3$)	τ_w (g/cms ²) ($\times 10^3$)	$\frac{\tau_w}{\tau_b}$	$\frac{SF_w}{SF_0}$	f'	n
S1	8.00	3.749	3.970	4.028	3.018	0.717	0.152	0.0197	0.0093
S2	3.94	0.929	0.890	0.942	0.787	0.835	0.298	0.0200	0.0102
S3	2.01	-	0.823	0.849	0.796	0.940	0.483	0.0174	0.0102

干異っており対称性が完全には満足されていない。また、Knight(1981)の $\%SF_w$ に関する式(4.1)と本実験の $SF_w/SF_o \times 100$ の比較を図4. 8に示す。この表示においては管路流と開水路流の違いはほとんどなく、式(4.1)によく一致していることがわかる。

次に局所的な分布について検討する。局所的壁面せん断応力 τ を全潤辺に対して平均された値 $\bar{\tau}$ によって無次元化した分布を、管路流について図4. 9に、開水路流について図4. 10に示す。図の z' は側壁の水面からコーナーを経て底面の水路中央に至る壁に沿ってとられた座標を意味し、図中の垂直線が水路のコーナーを表し、これより左側が側壁、右側が底面に沿う分布である。図4. 9の図中の実線は Leutheusser(1963)⁶⁾ のプレストン管法による同一アスペクト比の実験結果を示したものである。彼の結果と本実験の結果とは底面と側壁の両方ともによく一致し、本実験の精度がかなり高いものと判断される。

底面上の分布についてみると、まず管路流では、アスペクト比3以下では中央軸上で最大とならず側壁との中間付近で最大値をとる。特にアスペクト比が6のケースDにおいて著しい。アスペクト比が4以上になるとほぼ中央軸上で最大となるが、側壁からある距離の所でくぼんだ分布を示すか、またはほぼ一定値をとり、その後再び増大してもう一つの緩やかなピークがみられる点が大きな特徴である。これは底面縦渦の影響と考えられ、このくぼみあるいは変曲点の位置がほぼ底面縦渦の上昇部分に当たる。開水路流では、ケースS3以外ではこれと同様の底面縦渦の影響がみられるが、底面縦渦の横方向のスケールが異なるためくぼみあるいは変曲点の位置は異なる。アスペクト比が4の両方のケース(ケースEとケースS2)を比べるとその分布の違いがよくわかる。

次に側壁上の分布についてみると、管路流ではアスペクト比によらずほぼ相似となり、 y/H でみた場合 $y/H=0.5 \sim 0.6$ 付近でピークを取り、管路中央高さ($y/H=1$)付近で若干減少する。開水路流では、ケースS1、S2では y/H でみた場合 $y/H=0.6 \sim 0.7$ 付近でピークを取り、

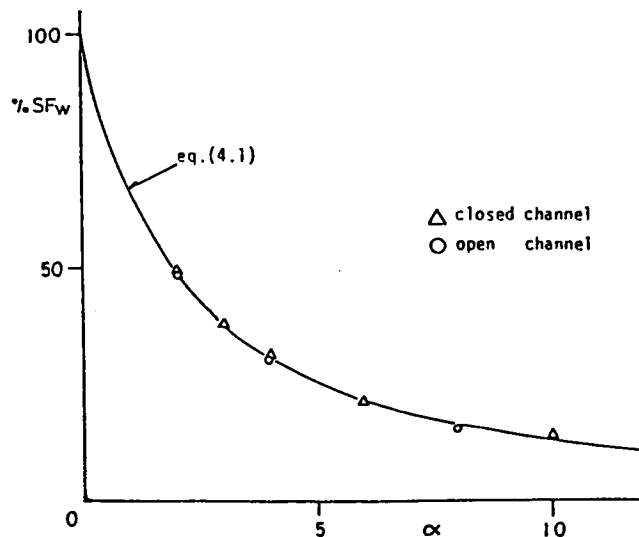


図4. 8 $\%SF_w$ とアスペクト比の関係

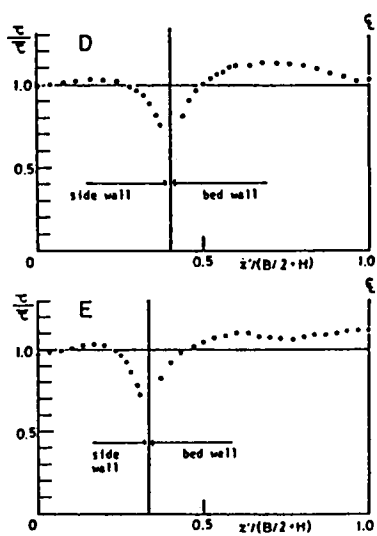
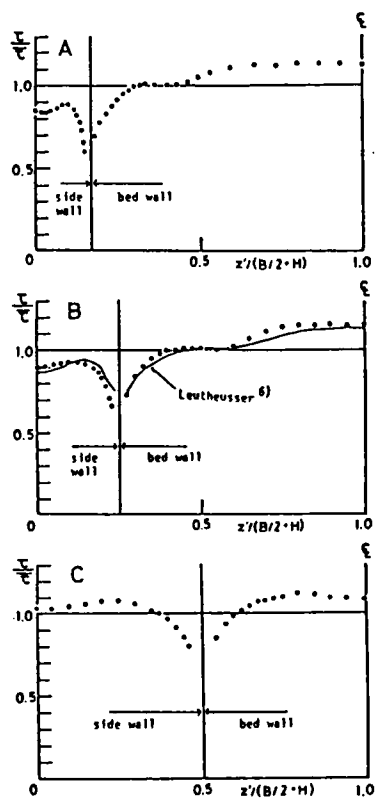


図 4. 9 壁面せん断応力
(空気管路流)

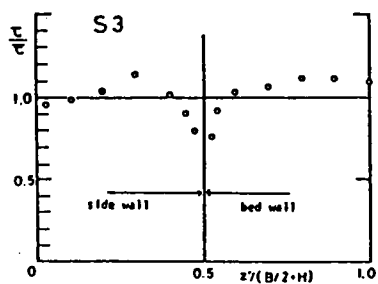
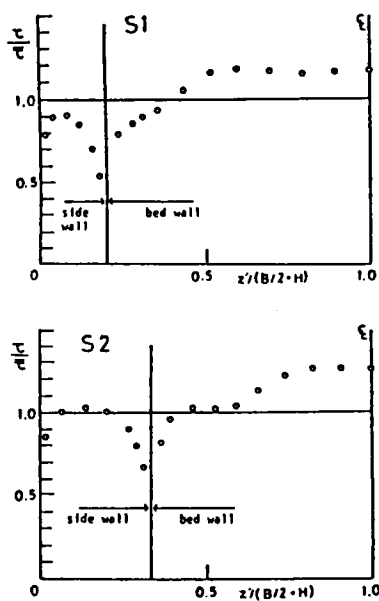


図 4. 10 壁面せん断応力分布
(開水路流)

底面近くでは管路流とほぼ同様の分布を示すが、ピークが鋭く水面近くでの減少が大きい⁷⁾。
ケースS3では $y/H=0.4$ 付近でピークを取り、これより水面側の値が小さい。

以上のように、二次流の壁面せん断応力に及ぼす効果は管路流、開水路流ともほぼ同様であるが、二次流構造の違いが結果的に壁面せん断応力分布に違いを生じさせる。したがって、底面の壁面せん断応力に影響を及ぼすのは底面縦渦であり、水面縦渦あるいは側壁縦渦の影響は小さいと考えられる。

4. 6 乱れ強度分布

乱れ強度は二次元流の場合摩擦速度によって普遍表示されることが知られている²¹⁾。乱れ強度 u' 、 v' 、 w' を最大主流速 U_{max} で無次元化した等値線を、管路流について図4. 11～図4. 13に、開水路流について図4. 14～図4. 16に示す。なお管路流については u' についてケースAからCまで、 v' 、 w' についてケースAとCのみを示しており、また図4. 11には Melling and Whitelaw(1976)の結果を併示している。

まず、管路流について検討する。 u' の等値線は主流速の等値線よりも一層コーナー角の2等分線に沿って鋭く突出し、二次流の影響が形の上では顕著に現れている。アスペクト比が2の場合は Mellingらの結果とよく一致している。また、アスペクト比の大きい場合は底面縦渦の上昇部で等値線が若干上に凸となり、その影響が認められる。この場合も $z/H>2$ ではほぼ二次元的と見なせる。 v' 、 w' については乱れの異方性により、壁面に垂直な方向の乱れ変動が壁近くで抑制されるため、コーナーの2等分線に対して非対称な分布となる。すなわち、 v' は相対的に側壁近くが大きく、 w' は底面近くが大きく、アスペクト比が2では、底面と側壁を入れ換えると両者はほぼ同じ分布となる。このような顕著な違いがあるが、やはりコーナーへ突出する傾向は同様にみられる。

次に、開水路についての特徴を述べる。 u' については、コーナーの2等分線に沿ったコーナーへの突出はコーナーのごく近傍に限られ、上層では側壁から少し離れたところの水面付近での値が増大し、側壁に向かって水平に突出している。したがって、管路流と比較してここにも主流速と同様な二次流構造の違いが明らかに現れている。また、管路では底面近傍と側壁近傍の壁から同一距離における値はほぼ等しいのに対して、開水路では側壁近傍の値が相対的に小さいことがわかる。 $z/H>2$ の中央領域ではほぼ二次元的で、並列せん流の影響らしきものはみられない。次に、 v' 、 w' については管路とほぼ同様な異方性が存在するが、管路流に比べると、相対的に側壁近傍の値が小さいようである。また開水路では v' は水面によっても抑制されると考えられ、水面付近で急激な減少があり、等値線は水面と側壁の交点に向かって収束するような形状を示す点が特徴である。 w' はコーナーの角の2等分線に対して非対称である点を除けば、 u' の分布と傾向が一致し、同様に側壁から少し離れたところの水面近くでの増大が少し見られる。この様に v' と w' の関係は管路流と著しく異なっている。そこで、ケースS1における v' と w' の鉛直分布を図4. 17に示す。これを見ると v' は y/H に対して上に凸な分布になるのに対して w' は下に凸な分布となることが分かる。管路流では二次元領域においては、 $y/H=1$ の対称面に近付くにつれて v' と w' がほぼ等しくなり、等方的となるのに対して、開水

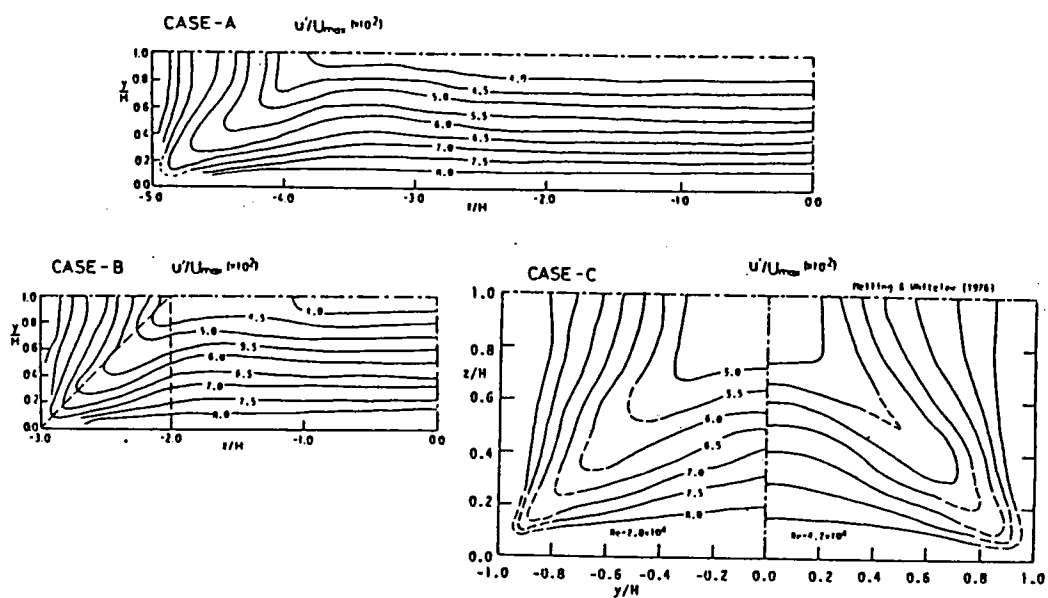


図 4. 1 1 乱れ強度 u' の等値線 (空気管路流)

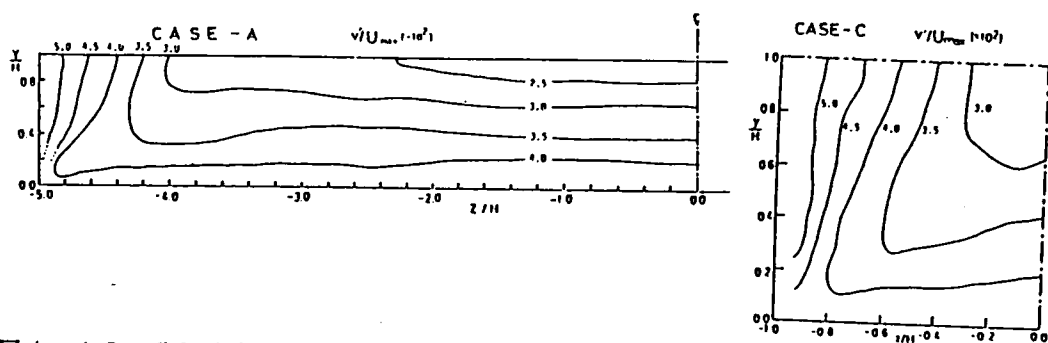


図 4. 1 2 乱れ強度 v' の等値線 (空気管路流)

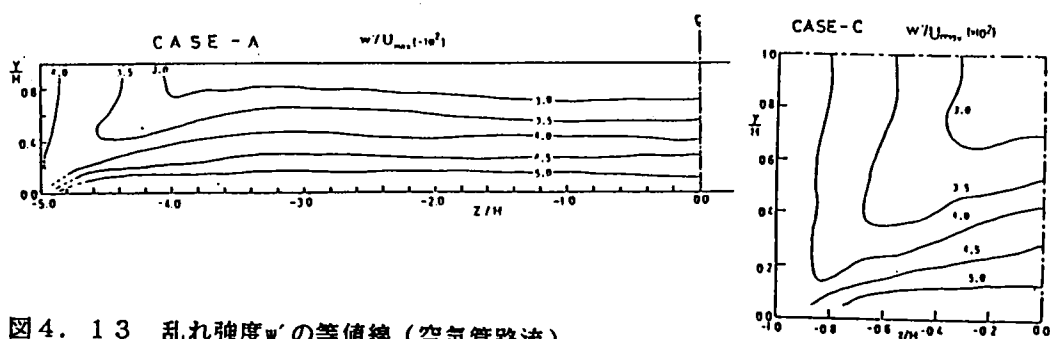


図 4. 1 3 乱れ強度 w' の等値線 (空気管路流)

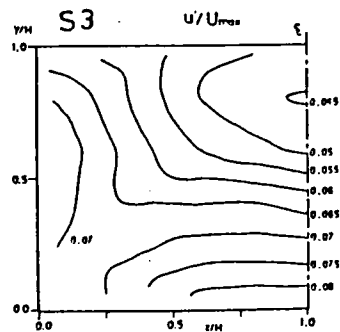
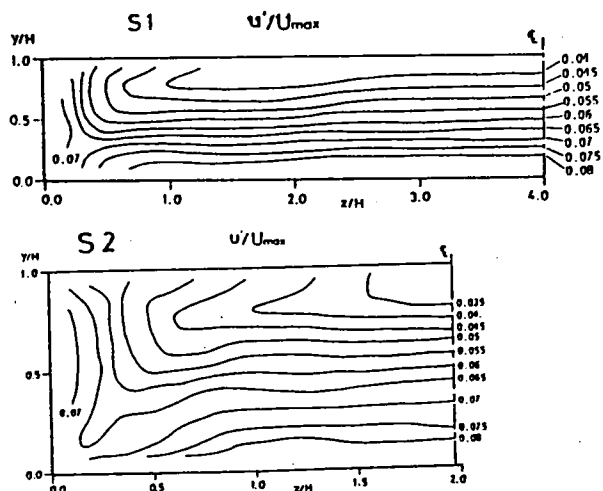


図 4. 1 4 乱れ強度 u' の等値線 (開水路流)

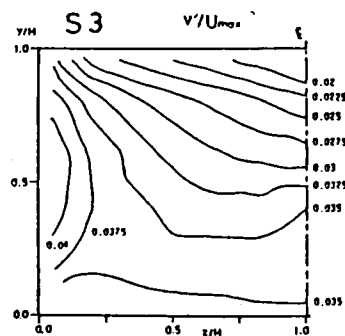
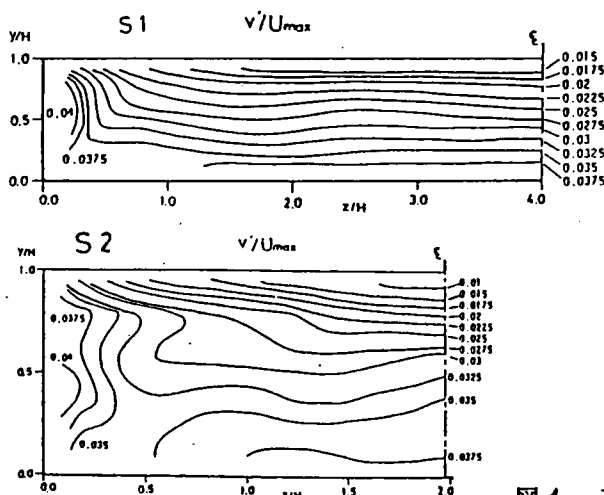


図 4. 1 4 乱れ強度 u' の等値線 (開水路流)

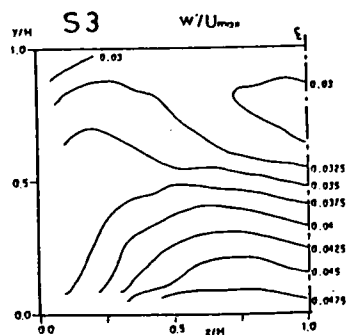
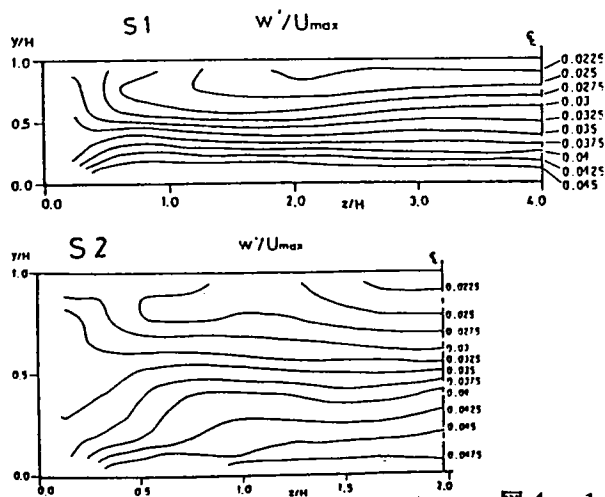


図 4. 1 5 乱れ強度 v' の等値線 (開水路流)

路ではかえって異方性が増大する。渦度方程式(2.22)において($\bar{w}^2 - \bar{v}^2$)が二次流の発生項になることをすでに述べたが、この様な開水路流の特性によって渦度発生項の分布が管路流と顕著に異なることになり、これによって二次流構造の相違が生じたと考えられる。これについては後に第8章で他のケースと一括して詳しく検討する。

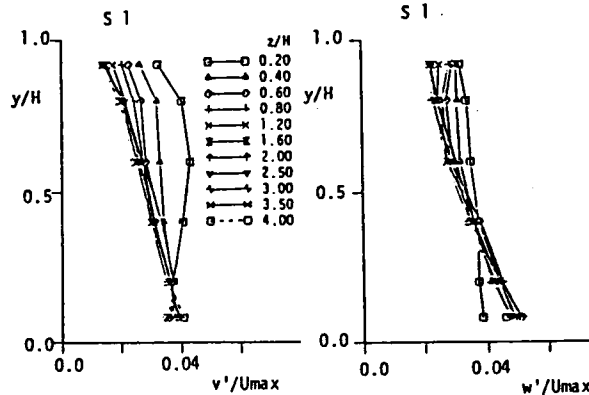


図4. 17 乱れ強度 v' と w' の鉛直分布の比較（開水路流）

4. 7 レイノルズ応力分布

レイノルズ応力 $-\overline{uv}$ 、 $-\overline{uw}$ を U_{max}^2 で無次元化した等値線を管路流について、図4. 18、4. 19に、開水路流について図4. 20、4. 21に示す。管路流では、 $-\overline{uv}$ は $z/H=1$ 付近から側壁に向かって急激に減少し、コーナー付近に等値線が直線的に収束するような形状を示す。またコーナーの2等分線より少し上から対称面までの三角形領域が負になる。この領域は $\partial U / \partial y$ が負となる領域とほぼ一致し、渦動粘性モデルの適用がこの部分でも可能であることが確認される。また $z/H > 2$ の領域で二次元的であり、底面渦の上昇部で若干上に凸となる傾向は u' と同様である。 $-\overline{uw}$ は、アスペクト比が2の管路流の場合、その対称性から $-\overline{uv}$ をコーナーの2等分線に対して反転した分布となるはずである。値は若干異なるが、おおむねこの特性を示している。アスペクト比が大きい場合はコーナー2等分線より上の部分は変わらないが、負の領域が底面寄りに縮小し、これより中央軸側に正の極大値を示す領域が存在する。これは底面縦渦の影響によって主流速 U の分布が歪められた結果 $\partial U / \partial z$ が波状の変動を示すことと関係づけられ、ここでも渦動粘性モデルの適用性のよいことが確認される。

開水路流については、 $-\overline{uv}$ は側壁にかなり近づくまで減少せず $z/H < 1$ の下層の値は管路流に比べて相対的に大きい。またこれに伴い負の領域が側壁近傍に無くなり、側壁から少し離れた水面近くに移動している。この結果を見る限りでは、この負の領域は $\partial U / \partial y < 0$ となる領域よりも狭いようであるが、この付近では両者とも値の絶対値自身は小さく誤差がかなり現れていると考えられる。また本実験では計測点が密でないため、厳密な検討はできない。なお、補

津家久・中川博次(1986)⁵⁾のレーザー流速計による詳細な実験によれば両者の領域はほぼ一致し、渦動粘性モデルの妥当性が開水路でも確認されていることを付け加えておく。

次に、 $-\overline{uv}$ はアスペクト比が2の場合を見ると、これは管路流とある程度類似している。ただし、側壁近傍の水面近くの値が相対的に小さくなる傾向にある。また、アスペクト比が大きい場合、管路流でみられた極小値と極大値をとる領域が横断方向に現れる特性が認められる。これは底面縦渦の影響によるものであるため、両者のスケールの違いを反映して極小極大領域は側壁近くに存在する。この分布特性はやはり $\partial U / \partial z$ の分布と関係づけられると考えられる。

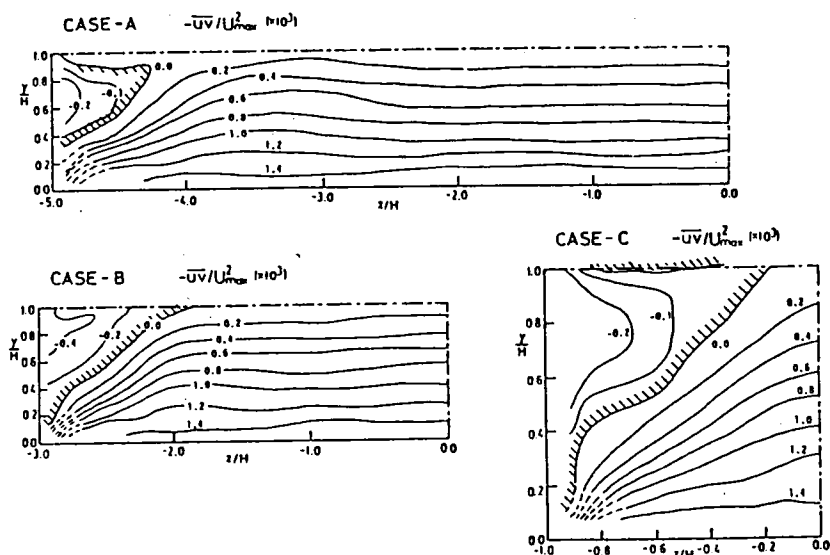


図4. 18 レイノルズ応力 $-\overline{uv}$ の等値線（空気管路流）

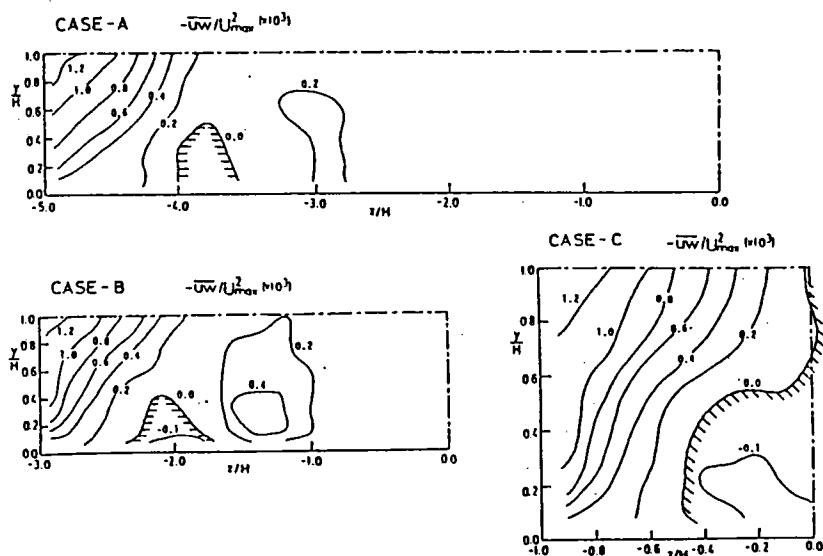


図4. 19 レイノルズ応力 $-\overline{uw}$ の等値線（空気管路流）

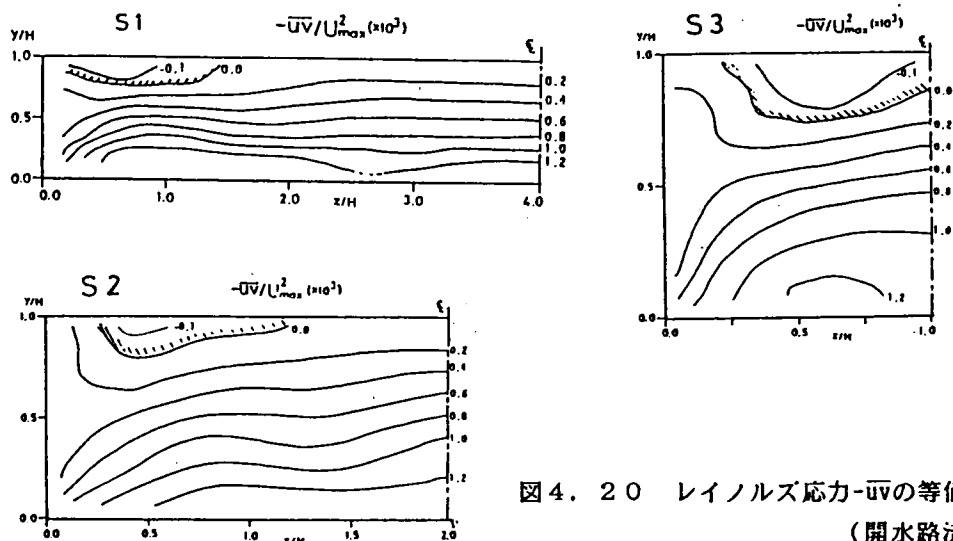


図 4. 20 レイノルズ応力 $-\overline{uv}$ の等値線
(開水路流)

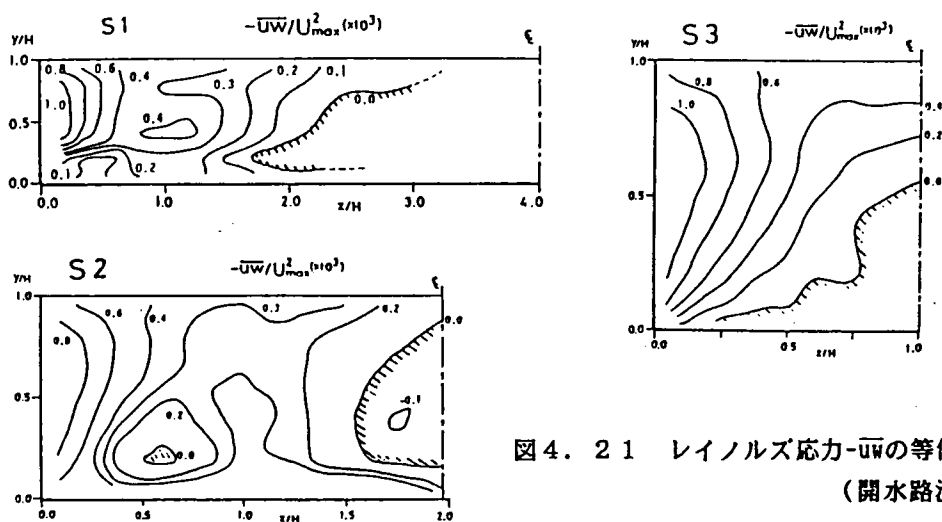


図 4. 21 レイノルズ応力 $-\overline{uw}$ の等値線
(開水路流)

4. 8 結言

この章では、種々のアスペクト比における長方形断面の滑面の管路流および開水路流の二次流構造および主流速、乱れ強度、レイノルズ応力の三次元構造ならびに壁面せん断応力分布を実験的に明らかにした。その結果、管路流と開水路流では大きな違いが認められ、得られた結果を以下に列挙する。

(1) 管路流の側壁近傍に発生する二次流は、コーナーへ向かう流れがアスペクト比によらずコーナーの角の二等分線に沿っていて、側壁縦渦と底面縦渦に分けられる。側壁縦渦はアスペ

クト比によって変化せず、底面縦渦はアスペクト比の増大すると幅が $z/H=1.6$ 付近にまで達する。

(2) 開水路流の側壁近傍に発生する二次流は管路流におけるものと著しく異なり、 $y/H=0.6$ 付近で中央から側壁へ向かう流れと、水面および底面で側壁から中央へ向かう流れが存在し、水面縦渦と底面縦渦に分けられる。アスペクト比が増大すると、水面縦渦は幅が最大で $z/H=2$ まで達する偏平な渦となるが、底面渦は $z/H=1$ 程度までである。また V に比べて W の方が速度が大きい。

管路流と開水路流における主流および乱流構造の相違は、二次流の構造が異なる結果として説明される。すなわち、これらの分布構造と二次流の関係という点ではほぼ同様であると考えられる。したがって、以下では開水路流の結果を管路流の結果と比較しながら示す。

(3) 主流速は水面近くの $z/H<2$ の領域が著しく減速され、 $\partial U/\partial y < 0$ となる。したがってアスペクト比が4以下では最大流速点が完全に水面より下に現れる。等値線は側壁に向かって突出した形状になり、二次流による運動量輸送の効果が顕著に現れる。管路流では水面での減速は側壁のごく近傍にわずかにみられるだけである。

(4) 壁面せん断応力は壁面近くで対数則から良好に評価される。壁面せん断応力の横断方向の分布は底面縦渦の影響を受け、底面縦渦の上昇流部で減少する。これは、管路流においても同様のことが言える。

(5) 乱れ強度の分布にも主流速と同様な二次流の影響が認められるが、側壁から少し離れた水面近くで u' 、 w' は増大するのに対して、 v' は急激な減少を示す。これは管路流ではみられなかったこれが開水路流の大きな特徴であり、自由水面の効果と考えられる。

(6) レイノルズ応力 $-\overline{uv}$ は、側壁が近づくにつれて減少し、負の値が現れるが管路に比べて側壁近くでの減少が小さく、負の領域は水面近くに限られる。 $-\overline{uw}$ は側壁近くの水面での値が小さい点が管路と異なるが、底面渦による横断方向の変動は管路と同様に現れる。

参考文献

- 1) Brundrett, E. & Baines, W.D.: The production and diffusion of vorticity in duct flow, J.F.M. vol.19, pp.375-392, 1964
- 2) Gessner, F.B. & Jones, J.B.: On some aspects of fully developed turbulent flow in rectangular channels, J.F.M. vol.23, pp.689-713, 1965
- 3) Melling, A. & Whitelaw, J.H.: Turbulent flow in a rectangular duct, J.F.M. vol. 78, pp.289-315, 1976
- 4) Tracy, H.J.: Turbulent flow in a three-dimensional channel, ASCE, vol.91, HY6, pp.9-35, 1976
- 5) 裾津家久、中川博次：一様水路および閉管路の三次元乱流構造に関する研究、土木学会論文集、第369号／Ⅱ-5、pp.89-98, 1986

- 6) Leutheusser, H.J.: Turbulent flow in rectangular ducts, ASCE, vol.89, No.HY6, pp.99-117, 1963
- 7) Ghosh, S.N. & Roy, N.: Boundary shear distribution in open channel flow, ASCE, vol.91, HY4, pp.967-993, 1970
- 8) Kartha, V.C. & Leutheusser, H.J.: Distribution of tractive force in open channels, ASCE, vol.96, HY7, pp.1469-1483, 1970
- 9) Knight, D.W. & Patel, H.S.: Boundary shear stress distributions in open channel and closed conduit flows, Euromech. 156, Israel july, 1982
- 10) Knight, D.W. & Patel, H.S.: Boundary shear stress in smooth rectangular ducts, ASCE, vol.111, HY1, pp.29-47, 1983
- 11) Tracy, H.J. & Lester, C.M.: Resistance coefficient and velocity distribution smooth rectangular channel, U. S. Geological Survey, water-supply paper 1572-A, A1-A16, 1961
- 12) Myers, W.R.C.: Flow resistance in wide rectangular channels, ASCE, vol.108, HY4, pp.471-482, 1982
- 13) Knight, D.W. & Macdonald, J.A.: Open channel flow with varying bed roughness, ASCE, vol.105, HY9, pp.1167-1183, 1979
- 14) Knight, D.W.: Boundary shear in smooth and rough channels, ASCE, vol.107, HY7, pp.839-851, 1981
- 15) Knight, D.W., Demetriou, J.D. & Hamed, M.E.: Boundary shear in smooth rectangular channels, ASCE, vol.110, HY4, pp.405-422, 1982
- 16) 富永晃宏、江崎一博；長方形断面開水路流の三次元乱流構造に関する実験的研究、土木学会論文集、第357号／Ⅱ-3、pp.81-88, 1985
- 17) 中川、橋津、富永、若井；開水路流における並列らせん流の発生機構について、第27回水理講演会論文集、pp.591-596, 1983
- 18) I.Nezu, H.Nakagawa and A.Tominaga; Secondary Currents in a Straight Channel Flow and the Relation to its Aspect Ratio, Turbulent shear Flow, vol.4, pp.246-260, 1985
- 19) 橋津家久、中川博次：直線開水路乱流の三次元流れに関する実験的研究、第29回水理講演会論文集、pp.769-774, 1985
- 20) Nezu, I. and Rodi, W. M.: Open-channel flow measurements with a Laser Doppler anemometer, J. Hydr. Eng., ASCE, No.5, pp.335-355, 1986
- 21) 橋津家久；開水路の乱流構造に関する基礎的研究、京都大学学位論文、1977

第5章 台形断面開水路流の三次元構造に関する実験的研究¹⁾

5.1 緒言

河川の断面形としては台形断面のものがより一般的であり、堤防の側岸浸食の問題や護岸や根固め等の設計上の観点からより重要と思われるが、台形断面の流れの三次元構造に関する系統的なデータは少ない。Ippen and Drinker(1962)²⁾ は台形断面の湾曲流において流速分布と壁面せん断応力分布を計測している。この湾曲に入る前の直線部分の主流速の等値線やその他の計測例を見ると長方形の場合に特徴的であった側壁近くでの水面での減速、そして最大流速点の水面よりの降下という現象が見られないことに気付く。長方形の場合の水面での減速は二次流（水面縦渦）が原因であることから³⁾、側壁の傾斜が二次流の構造を変化させている可能性があるとして推測される。Ghosh and Roy(1970)⁴⁾ は、長方形および台形断面の滑面および粗面開水路流の壁面せん断応力分布を、直接法、プレストン管法および対数則法から求め、比較している。この結果から長方形と台形では側壁上のせん断応力分布がかなり異なることがわかる。また、池田⁵⁾ は移動床における側岸浸食に関する実験を行っている。砂で台形断面の水路を作り、通水後の断面の変化過程を調べ、平衡状態の断面形が相似になることを示した。その際、縦方向に縞状の砂の盛り上がった ridge が形成されることを示し、これから二次流の存在を推測している。

二次流の発生原因は、鉛直方向の垂直応力 $-\bar{v}^2$ と横断方向の垂直応力 $-\bar{w}^2$ の非等方性と非一様性にあり、これらの分布は側壁の傾斜によって影響を受けると考えられる。そこで、本章では台形断面開水路流における二次流構造および三次元乱流構造ならびに壁面せん断応力の分布を実験的に明らかにする。長方形断面は台形断面の特例と考えられることから、この結果も含めて、側壁の傾斜角を変化させて、三次元構造に及ぼす傾斜角の影響を調べる。

5.2 実験方法

実験は、水路1を用いて行われた。台形断面とするために、塩化ビニール製の傾斜側壁を製作し、水路両側面に全水路長にわたって設置した。この傾斜側壁は底面とのなす角 θ が約 $60'$ 、 $45'$ 、 $30'$ となる3種類を用いた。用いた座標形および記号の説明を図5.1に示す。ここで側壁に沿った座標を z_i 、側壁に垂直な座標を y_i とし、 B は底面幅、 T は水面幅である。ここで z 座標は長方形の場合と異なり、水路中央を原点としている。傾斜角が $60'$ 、 $44'$ および $32'$ の場合をそれぞれ TS1、TS0、TS2 シリーズとし、TS1、TS0 では水深を3通り、TS2 では2通り変化させ、平均流速が 35cm 前後になるように流量を設定した。台形断面の場合はアスペクト比が一義的に定義できず、 T/H と B/H の2種類を定義し、角度が異なる場合 B/H が対応するように水深を設定した。この実験条件表を表5.1に示す。

計測点は、水路中央軸に関する流れの対称性が確認されたため⁶⁾、半断面のみとし、計測位

置は後出の二次流ベクトルの始点の位置で示される。流速計の出力電圧はサンプリング周波数 50Hz (TS01、TS02) および 75Hz (その他のケース) でAD変換され、1測点につき 2048 個のデータが得られ、パーソナルコンピュータによって処理された。

5.3 二次流の構造

全てのケースの二次流ベクトル図と流れ関数の等値線を図5.2に示す。前章の長方形の場合は $\theta = 90^\circ$ と考えられるから、これも含めて側壁の傾斜角を徐々に小さくしたときの二次流構造の変化について検討する。データはかなりのばらつきがあるが、二次流の渦パターンがよく把握でき、確認された渦に対してA、B、C、Dと記号をつけて図中に示した。この図から以下の知見が得られる。

- $\theta = 90^\circ$ では、 $y/H = 0.6$ で水平に分割された水面縦渦と底面縦渦が存在し、前者は水深の2倍程度、後者は水深程度の幅を有し、横方向に偏平な渦構造をなしている。
- $\theta = 60^\circ$ では、側壁と水面に挟まれた領域に水面縦渦とは逆向きの渦 (B渦) が新たに発生する。コーナーから中央よりのところに水面縦渦に相当する渦 (C渦) が存在しているが、その規模は $\theta = 90^\circ$ に比べて小さく支配的な渦ではなくなる。また底面縦渦は $\theta = 90^\circ$ とほぼ同様に存在しているが (A渦)、側壁近くではコーナーに向かって流れ込むようになる。TS12では中央付近に半水深規模のD渦の存在が認められる。

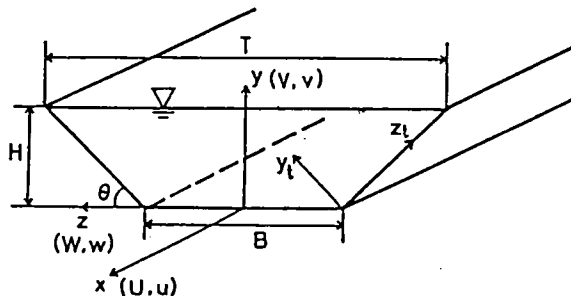


図5.1 座標系および記号

表5.1 実験条件表

CASE	Discharge Q (l/s)	Flow depth h (cm)	Bottom width B (cm)	Surface width T (cm)	Aspect ratio		Hydraulic radius R (cm)	Side angle ($^\circ$)	Mean velocity U_m (cm/s)	Maximum velocity U_{max} (cm/s)	Reynolds number Re ($=4RU_m/\nu$)	Froude number Fr	Energy gradient le ($\times 10^{-3}$)
					T/H	B/H							
TS11	2.68	3.13	24.8	28.4	9.1	7.9	2.60	60	32.17	40.90	3.00×10^4	0.69	-
TS12	6.33	6.36	24.8	32.2	5.1	3.9	4.59	60	34.90	45.16	5.74×10^4	0.47	0.670
TS13	10.55	11.00	24.8	39.8	3.6	2.2	6.92	60	30.09	39.36	6.84×10^4	0.32	0.389
TS01	2.72	3.36	20.0	27.0	8.0	6.0	2.66	44	35.21	42.72	3.59×10^4	0.61	1.381
TS02	4.59	5.01	20.0	30.4	6.1	4.0	3.67	44	36.92	44.36	5.59×10^4	0.53	1.000
TS03	9.95	9.05	20.0	38.9	4.3	2.2	5.77	44	37.33	45.63	8.76×10^4	0.40	0.594
TS22	3.23	4.00	15.2	28.1	7.0	3.8	2.85	32	37.26	43.86	3.62×10^4	0.68	-
TS23	6.22	7.12	15.2	39.8	5.6	2.1	4.81	32	32.98	38.01	5.34×10^4	0.47	0.594

- c) $\theta = 44^\circ$ では、B渦がさらに発達し、C渦が急激に減衰している。そのため $\theta = 90^\circ$ では水面縦渦に押さえられていた底面縦渦が、水面にまで達する水深規模の渦（A渦）に発達する。またA渦はコーナーに向かって流れ込む特性が顕著になる。渦構造が扁平なものから円形に近いものに変化したため、鉛直方向の流速 V が大きくなっている。TS02では、 $-1 \leq z/H \leq 0$ に水深規模の渦（D渦）が明確に認められるが、 $\theta = 90^\circ$ ではほとんど認められなかったものである。これは台形断面では側壁近傍の渦構造の変化によって、中央領域に及ぶ並列らせん流が発生しやすくなったものと推測される。
- d) $\theta = 32^\circ$ では、基本的なパターンは $\theta = 44^\circ$ の場合とほとんど同じであるが、側壁上のB渦はさらに発達する。特に側壁に沿って下降する流れが顕著になる。

以上より、一般的に側壁傾斜角が 90° より小さくなっていくと、B渦（台形側壁渦）が発生し、水面縦渦が減衰して弱いものとなり（C渦）、これによって底面縦渦が発達して水深規模の渦（A渦）となり、幅の広い場合には中央領域に並列らせん流が誘起されやすいということがいえる。

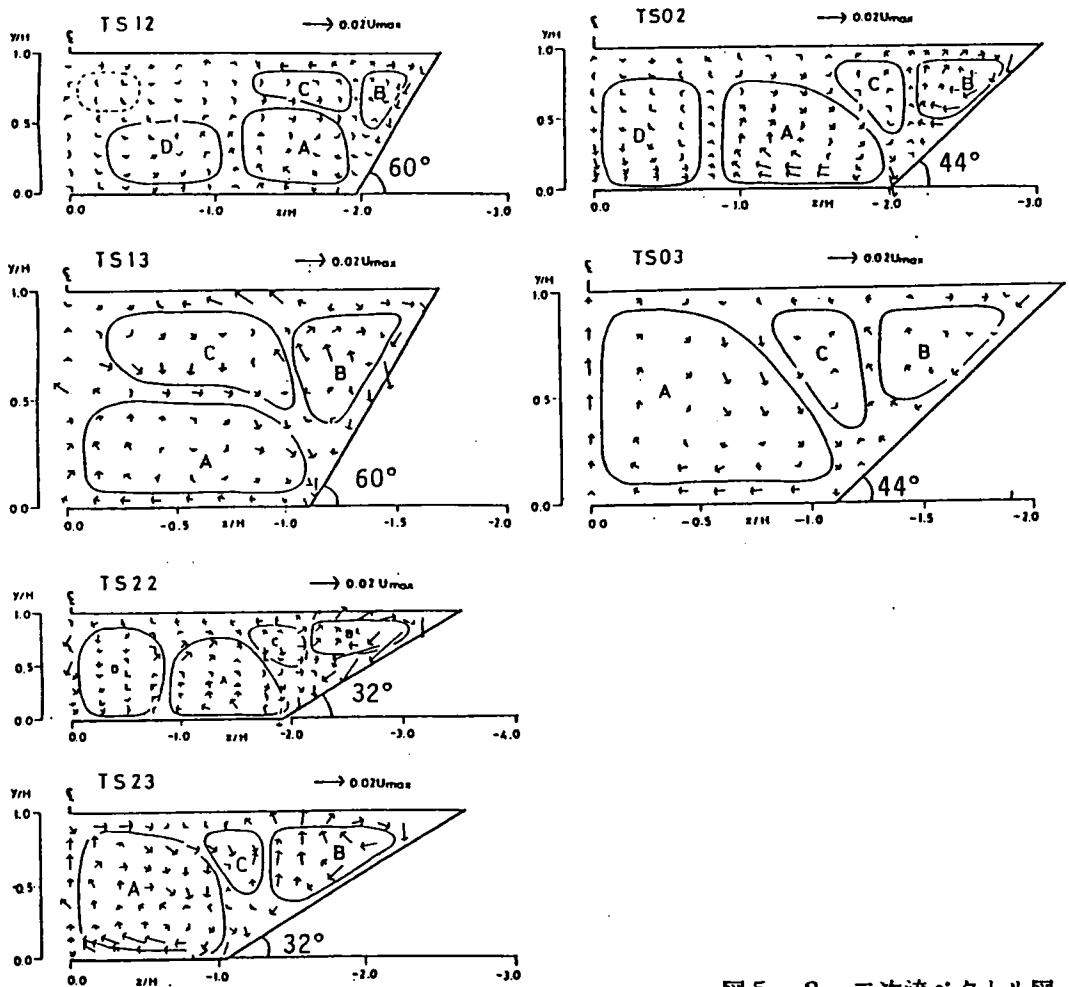


図5.2 二次流ベクトル図

5. 4 平均主流速分布

台形断面の場合、底面幅と水深の比 B/H を基準とすると、 $B/H \approx 2$ の全傾斜角と $B/H \approx 4$ の $\theta = 44^\circ$ について図5. 3に示す。平均主流速は二次流の影響を顕著に受けて、一般に二次流が壁に向かうところで加速され、壁から離れるところで減速されることがこの図からわかる。 $\theta = 90^\circ$ では、水面縦渦によって水面付近が減速され、アスペクト比が小さい場合には最大流速点が水面より降下することが大きな特徴であった。台形断面の場合の特徴は次のようである。

- a) $\theta = 60^\circ$ では、水面付近での減速特性が側壁近くと中央付近でみられなくなり、これは水面縦渦 (C渦) が減衰したためと考えられる。底面近くの構造は $\theta = 90^\circ$ の長方形断面の場合とよく似ている。
- b) $\theta = 44^\circ$ では、C渦が非常に弱くなったために、水面近傍での減速特性が認められない。A渦の発達に伴って等値線がコーナー近くの底面に向かって突出した形状となり、この領域が加速されていることを示す。また水路中央部ではA渦による上昇流のため主流速は減速され、横断方向に大きく波状に変動し、最大流速の位置は水路中央でなく $z/H \approx -0.6$ 付近に現れる点が大きな特徴である。B渦の影響は等値線の形状からはあまり明確でなく、側壁のほぼ中央付近で若干凸形状を示す程度である。

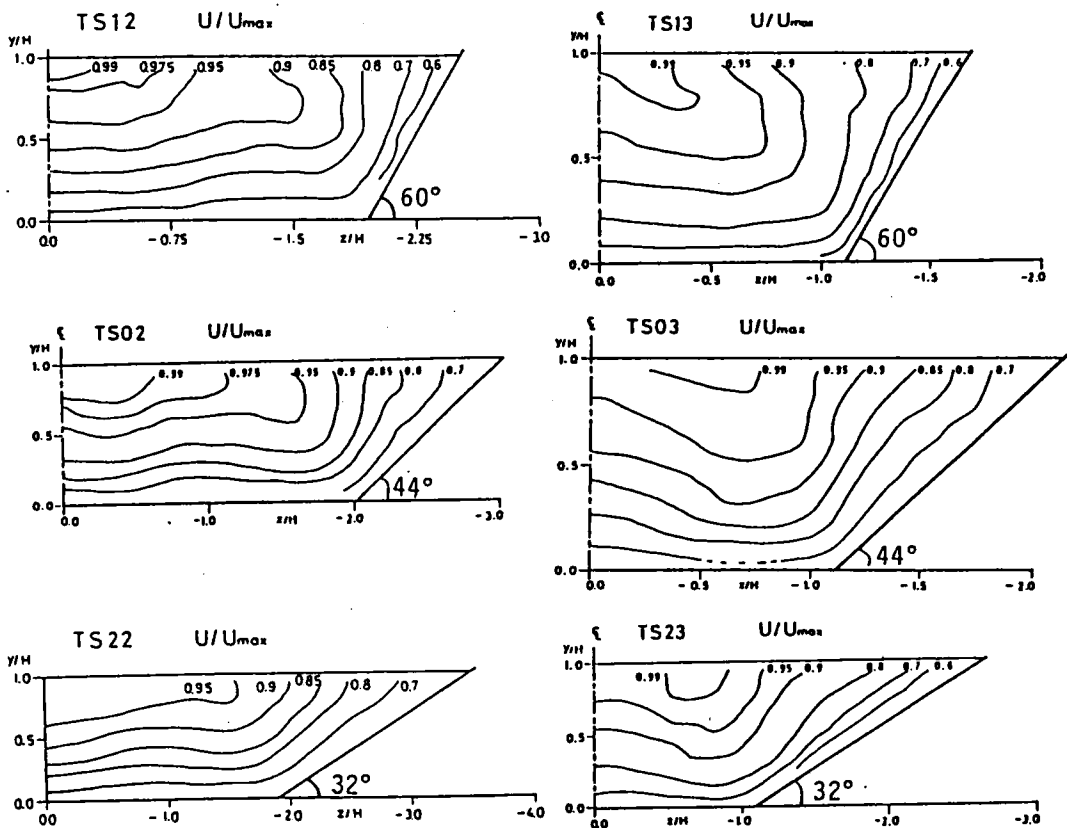


図5. 3 平均主流速の等値線

c) $\theta = 32'$ では、 $\theta = 44'$ の場合とほとんど同じ特徴を示す。これは二次流構造が両者で同じであることによる。特にB渦の発達の影響というものは認められず、この領域の平均流構造もほぼ相似と考えられる。

以上より、 $\theta = 60'$ ではまだ長方形断面でみられる特性が残っているが、 $\theta \leq 44'$ では乱流構造が急変し、台形断面特有の構造に安定するものと考えられる。

次に、主流速 U の対数則分布特性について検討する。台形の場合、側壁の対数則分布は次のようである。

$$\frac{U}{U_x} = 2.5 \ln \frac{y_t U_x}{\nu} + 5.5 \quad (5.1)$$

底面については長方形断面の場合と同じであるが、側壁については側壁に垂直な方向 (y_t 座標) についての分布を調べた。局所的な摩擦速度 U_x を 3. 5 節に述べた方法によって求め、これを用いて底面および側壁に対して片対数紙上にプロットした図の一例を $\theta = 44'$ の場合について図 5. 4、5. 5 に示す。底面上の分布については、 $y/H < 0.2$ の内部領域で対数則によく従うことがわかる。外部領域では長方形に比べてコーナー近くでの下方へのずれがみられなくなる。側壁上の分布については、やはり $y_t/H < 0.2$ において対数則に従うと見なすことができる。したがって、対数則による壁面せん断応力の評価が妥当であることがわかる。

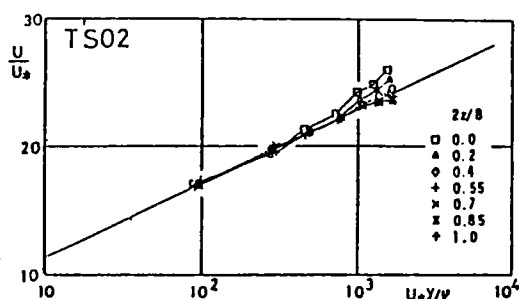


図 5. 4 対数則分布 (底面)

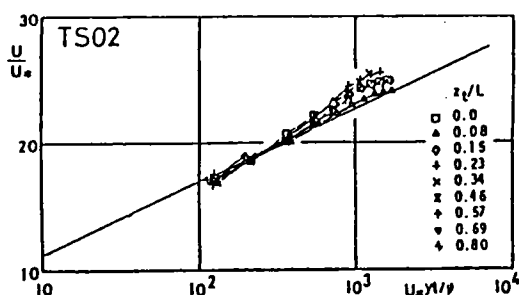


図 5. 5 対数則分布 (側壁)

5. 5 壁面せん断応力分布

対数則から求められた摩擦速度から壁面せん断応力を求め、その各平均値および抵抗係数について表 5. 2 に示す。台形の場合側壁に関しては次のように定義される。

$$\tau_w = (1/L) \int_0^L \tau dz \quad (5.2)$$

$$SF_w = 2L \cdot \tau_w \quad (5.3)$$

ここで、 l は側壁の水面下の長さである。ただし、表5. 2に示すようにTS11とTS22はエネルギー勾配 I_e が計測されなかった。全体的に、対数則から評価された平均の壁面せん断応力 $\bar{\tau}$ はエネルギー勾配からの τ とほぼ一致し、台形断面でも対数則によるせん断応力の評価が妥当であると考えられる。この $\bar{\tau}$ から計算された manning の粗度係数 n は、傾斜角 θ が小さくなるほど小さくなる傾向にある点が注目される。長方形断面においてはアスペクト比 B/H が2以上のとき $\tau_w < \tau$ となることが前章および Knightら(1982)⁷⁾、橘津家久・中川博次(1986)⁹⁾ によって示されているが、 B/H が同程度のものを比較すると台形断面のほうがこの傾向が強いようである。また台形断面の場合には、側壁傾斜角 θ が小さいほど側壁長さ l は長くなるから n が小さくなるものと考えられる。

次に、壁面せん断応力の局所的な分布について検討する。 $\tau/\bar{\tau}$ の底面および側壁に沿う分布を長方形の場合について図5. 6に再び示し、台形断面について図5. 7に示す。 z' は底面の水路中央からコーナーを経て側壁に沿って水面に至る潤辺に沿う座標であり、図中の垂直線は水路のコーナー位置を示し、これより左が底面、右が側壁に沿う分布である。まず、底面上に沿う壁面せん断応力分布を考察する。長方形断面では、水路中央軸で τ は最大になり、水路コーナー部に向かうに従って減少するが、底面縦渦の影響を受けて若干くびれた分布特性を示す。この結果の妥当性はレーザー流速計を用いた高精度計測からも認められている^{8), 9)}。一方、台形断面では傾斜角が小さくなると、コーナー部で τ は増大する特性がみられ、注目される。例えば、アスペクト比 $B/H = 2$ について考えると、壁面せん断応力 τ は $\theta = 90^\circ$ のとき水路中央軸 $z = 0$ で最大値を示すが⁹⁾、 θ が減少するとこのピークの位置はコーナーの方へ移動し、ピーク値も大きくなる。これは図5. 2に示したように二次

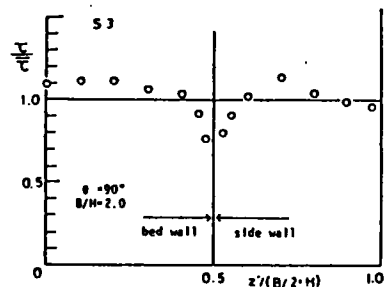
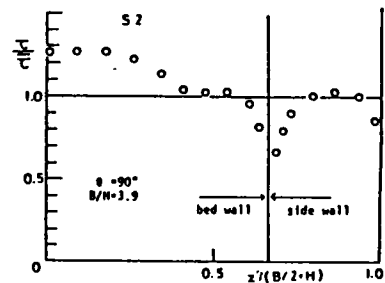
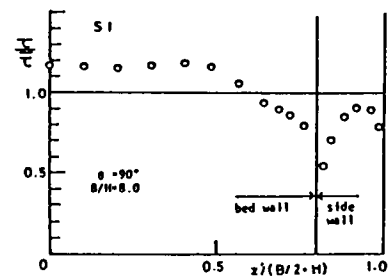


表5. 2 平均せん断応力

	τ_0 ($\times 10^3$)	$\bar{\tau}$ ($\times 10^3$)	τ_b ($\times 10^3$)	τ_w ($\times 10^3$)	$\frac{\tau_w}{\tau_b}$	f'	n
TS11	-	3.246	3.449	2.378	0.680	0.0245	0.0096
TS12	3.075	3.322	3.639	2.787	0.766	0.0213	0.0099
TS13	2.691	2.415	2.735	2.109	0.771	0.0208	0.0105
TS01	3.672	3.496	3.868	2.729	0.706	0.0220	0.0092
TS02	3.668	3.487	3.917	2.893	0.739	0.0200	0.0092
TS03	3.428	3.103	3.513	2.790	0.794	0.0174	0.0093
TS22	-	3.300	3.779	2.815	0.745	0.0185	0.0085
TS23	2.856	2.325	2.762	2.076	0.752	0.0167	0.0088

図5. 6 壁面せん断応力分布
(長方形断面)

流のA渦の発達によってコーナー部に向かう二次流が強くなり、運動量輸送が活発となってせん断応力が増大したためと考えられる。 $B/H \geq 4$ の場合では、水路の中央領域にD渦が発生するため、 τ は再び増加して水路横断方向に周期的な分布を示す。このように、台形断面では長方形断面に比べてコーナー近くの壁面せん断応力は大きくなり、また横断方向の変動特性が大きいから、河道の設計に当たってはこれを考慮する必要がある。

次に側壁に沿う分布を考察する。長方形断面では τ は底面近くで小さく、側壁中央 $y/H = 0.5$ 付近でピークをとり、水面側で再び減少する。一方、台形断面では底面近くにピークが現れ、傾斜角 θ が小さくなるほど底面側へ寄る。水面に近づくにつれて始めは緩やかに減少し、水面近くで急激に減少する。このような側壁上の壁面せん断応力の変化は、二次流のB渦が関係していると考えられ、側岸浸食を論ずる時重要になるとと思われる。

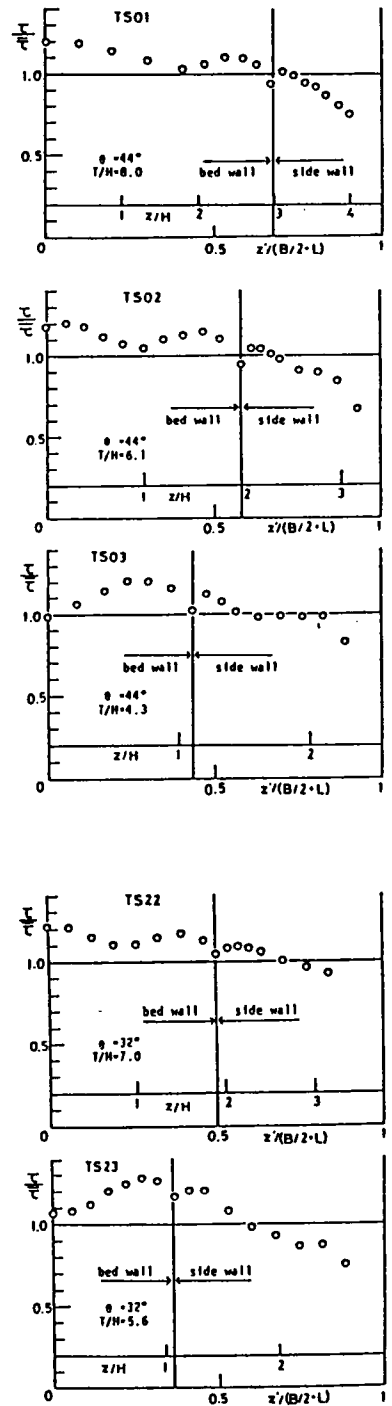
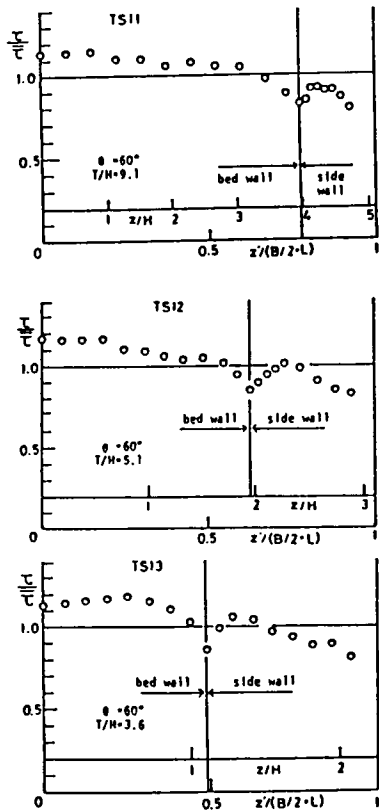


図5. 7 壁面せん断応力分布
(台形断面)

5.6 乱れ強度分布

乱れ強度 u' の等値線を図5.8に示す。以下では3種類の傾斜角の B/H が約2のケースのみ(TS13, TS03, TS23)を示す。これはここでは傾斜角の違いによる側壁近傍の影響が重要と考えたからである。無次元化に用いた \bar{u} は先に述べた対数則より求められた全潤辺平均の摩擦速度である。乱れ強度は二次流と関係し、一般に二次流の壁に向かうところで減少し、壁から離れるところで増大する。この特性はすべてのケースについて認められ、等値線形状は側壁近くを除いて主流速 U の等値線特性とよく対応づけられる。しかし、側壁上では、側壁に垂直上方に凸型の形状が顕著になる。また側壁近くの水面で U の等値線は水面に直角に交わる傾向にあるのに対し、乱れ強度 u' の等値線は水面に平行になる傾向にある。これは自由水面と傾斜側壁に強く拘束されたB渦の影響と考えられ、乱れ強度の方が U に比べて二次流の影響を強く受けると考えられる。

次に、 v' 、 w' の等値線を図5.9および図5.10に示す。壁面および水面に垂直な乱れ成分は水平成分より小さくなるため v' と w' とは異方性を示す。 v' および w' ともに u' と同様な二

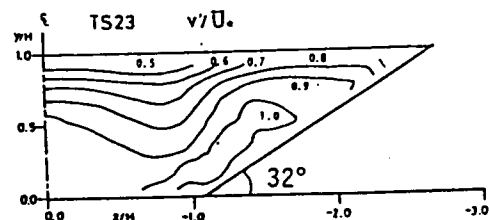
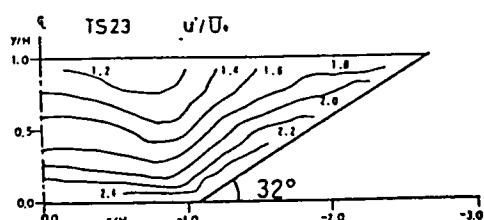
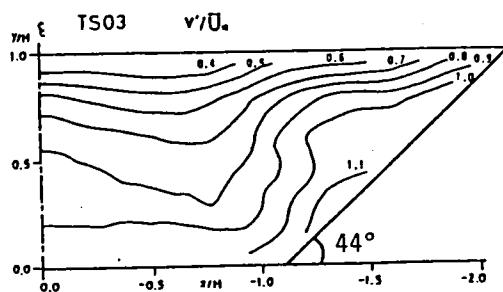
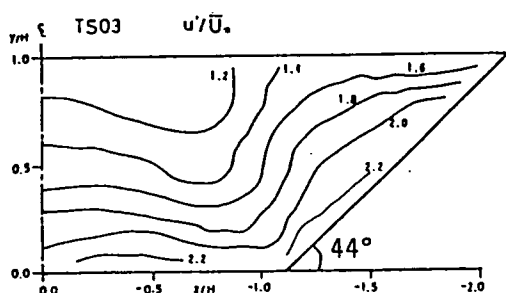
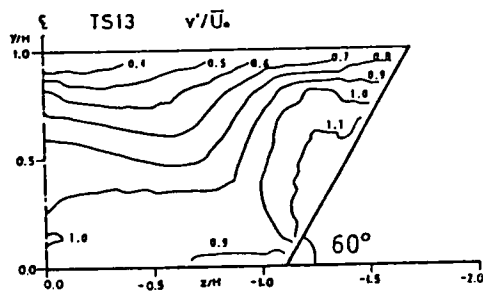
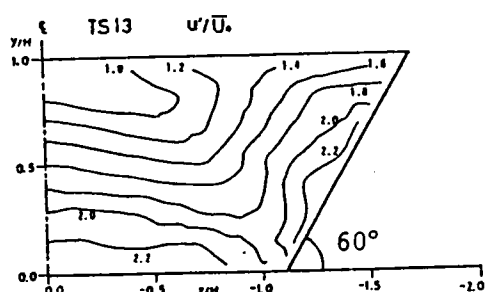


図5.8 乱れ強度 u' の等値線

図5.9 乱れ強度 v' の等値線

次流の影響が認められるが、 $v' \neq w'$ のため等値線形状は異なってくる。側壁傾斜角 θ の変化によって側壁近傍の乱れ強度が変化し、傾斜角 θ が小さくなるにつれて、側壁の拘束条件を強く受けて v' は小さくなり、逆に w' は大きくなると考えられる。実験結果からもこの特性が確認され、側壁に最も近い計測点で v'/w' の平均値を求めると、 $\theta = 90^\circ$ で約 1.5、 $\theta = 60^\circ$ で約 1.0、 $\theta = 44^\circ$ で約 0.95、 $\theta = 32^\circ$ で約 0.85 となった。また v' は底面側で鉛直方向の変化が小さいが、水面近くになると急激に減少し、等値線間隔が密になっている。

5. 7 レイノルズ応力分布

レイノルズ応力 $-\overline{uv}$ の等値線を図 5. 11 に示す。これは \overline{U} の 2 乗で無次元化されており、斜線部分は負の値であることを示す。底面近くの値は水路中央から側壁に近づくにつれて減少する傾向にあるが、傾斜角が大きいほどコーナー付近の値が小さくなる。 $\theta = 60^\circ$ では水面付近に負の領域が存在するが、これは水面縦渦がまだ強いためであり $\partial U / \partial y < 0$ の領域が存在し

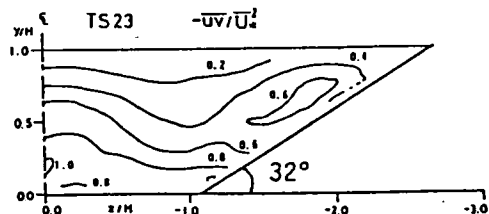
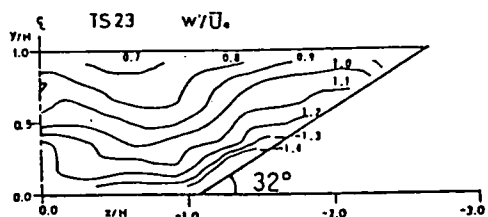
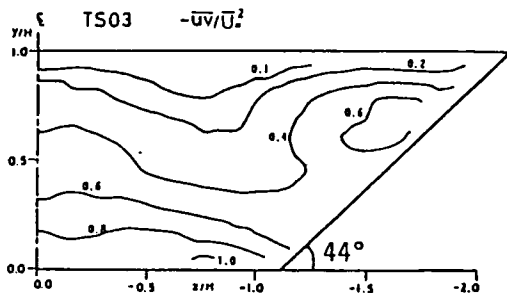
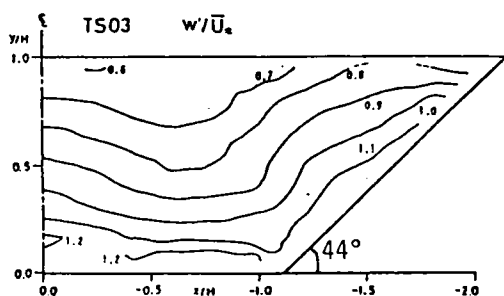
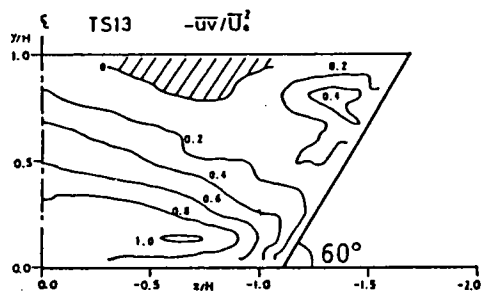
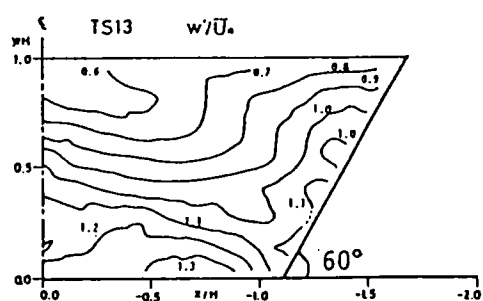


図 5. 10 乱れ強度 w' の等値線

図 5. 11 レイノルズ応力 $-\overline{uv}$ の等値線

ていることによっている。これより小さい傾斜角ではC渦が減衰するために負の領域が現れない。側壁近くを見ると、 $\theta = 60^\circ$ では $y/H > 0.5$ に極大となる領域が存在し、傾斜角が減少するにつれてこの領域がコーナー側に移る点特徴的である。

次に $-\overline{uw}$ の等値線を図5.13に示す。 $-\overline{uw}$ は側壁近くで正の値をとり、水路中央部へ行くにつれて減少し負の値をとる。傾斜角による影響は顕著ではなく、 $-\overline{uw}$ の等値線はほぼy軸に平行になり、鉛直方向の変化は小さいことがわかる。 $-\overline{uw}$ の正負は、 $\partial U / \partial z$ の正負とよく一致し、全体的に $\partial U / \partial z$ と $-\overline{uw}$ の分布はかなり相関が高いと考えられる。

5. 8 結言

この章では、台形断面開水路流れの三次元構造を説明するために、側壁の傾斜角を3種類変化させてその影響を実験的に検討した。その結果、長方形断面とは異なる台形断面特有の二次流構造が解明された。以下に得られた主な結果を列挙する。

(1) 台形断面では、側壁と水面との間に長方形断面でみられる水面縦渦とは逆向きの渦が発生し、傾斜角の減少とともに発達する。これに伴い水面縦渦は減衰するが、逆に底面縦渦は水面にまで達して水深規模の渦となる。その結果、鉛直方向の流速が大きくなり、アスペクト比が大きい場合、水路中央部に並列らせん流が誘起されやすい。

(2) 平均主流速の等値線は、側壁傾斜角が小さくなるにつれて、水面での減速領域が無くなりコーナーに向かう突出した形となり、発達した水深規模の渦の影響を顕著に受ける。

(3) 壁面せん断応力は壁面に垂直な方向の対数則から良好に評価される。底面では、傾斜角が小さくなるにつれて、発達した水深規模の渦の影響を強く受け、波状の分布を示し、特にコーナー付近の値が増大する。側壁では、コーナー近くにピークが現れ、水面に向かって緩やかに減少し、水面近くで急に減少する。

(4) 乱れ強度分布は、主流速と同様に二次流の影響を受ける。側壁近傍で w'/v' は傾斜角が小さくなるほど大きくなる。

(5) レイノルズ応力 $-\overline{uv}$ は、コーナー近くで減少するが、側壁近くに極大領域が存在し、傾斜角の減少とともに大きな値となる。 $-\overline{uw}$ は $\partial U / \partial z$ との相関が高い。

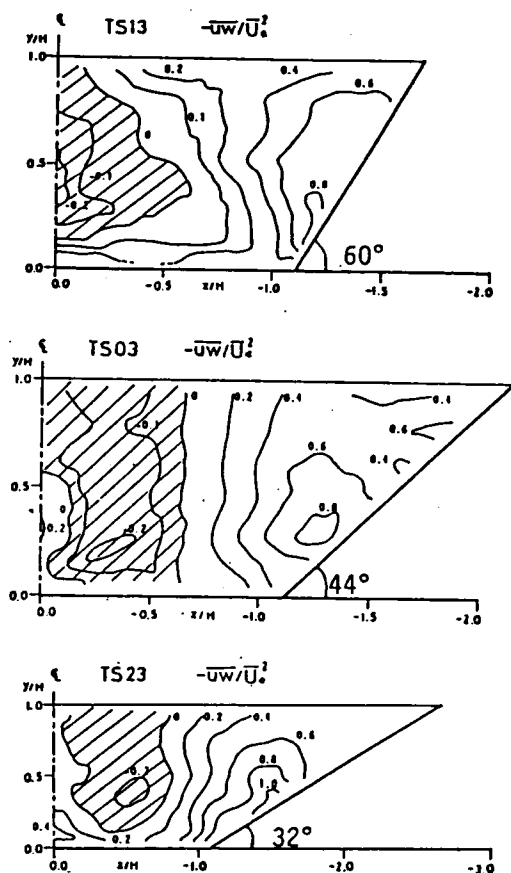


図5.12 レイノルズ応力 $-\overline{uw}$ の等値線

参考文献

- 1) 富永晃宏、江崎一博、裾津家久；台形断面開水路流の三次元乱流構造に関する実験的研究、土木学会論文集、第381号／Ⅱ-7、pp.55-63, 1987
- 2) Ippen, A.T. and Drinker, P.A.: Boundary shear stress in curved trapezoidal channels, ASCE, vol.88, HY5, pp.143-179, 1962
- 3) 富永晃宏、江崎一博；長方形断面開水路流の三次元乱流構造に関する実験的研究、土木学会論文集、第357号／Ⅱ-3、pp.81-88, 1985
- 4) Ghosh, S.N. & Roy, N.: Boundary shear distribution in open channel flow, ASCE, vol.91, HY4, pp.967-993, 1970
- 5) Ikeda, S.: Self-formed straight channel in sandy beds, J. Hydr. Eng., ASCE, vol. 107, No.4, pp.389-406, 1981
- 6) 富永、江崎、中村；台形断面開水路流の三次元乱流構造、第30回水理講演会論文集、pp. 559-564, 1986
- 7) Knight, D.W., Demetriou, J.D. & Hamed, M.E.: Boundary shear in smooth rectangular channels, ASCE, vol.110, HY4, pp.405-422, 1982
- 8) 裾津家久、中川博次：一様水路および閉管路の三次元乱流構造に関する研究、土木学会論文集、第369号／Ⅱ-5、pp.89-98, 1986
- 9) 裾津家久、中川博次：直線開水路乱流の三次元流れに関する実験的研究、第29回水理講演会論文集、pp.769-774, 1985

第6章 壁面粗度が二次流に及ぼす影響 に関する実験的研究^{1) 2) 3)}

6. 1 緒言

河川などの水工学上の問題においては、粗面流れの方が一般的でありより重要である。また、河川においては護岸や根固めあるいは植生などによって底面の粗度と側岸の粗度が異なる場合も多いと考えられる。壁面粗度は、せん断応力および相対乱れ強度を増加させる効果がある。この効果は、流速係数 u_x/U_m (U_m は断面平均流速)の増大という形で表すことができる。側壁近傍に発生する二次流は、鉛直方向の垂直応力 $-\bar{v}^2$ と横断方向の垂直応力 $-\bar{w}^2$ の差の非一様な分布に起因することがわかっている。実際、 v' および w' は摩擦速度 u_x にほぼ比例するため⁴⁾、壁面粗度による u_x/U_m の増大が二次流に何等かの影響を及ぼすことが予測される。したがって、粗面の場合の開水路流の二次流構造および三次元乱流構造を実験的に明らかにする必要がある。林泰造・大橋正和ら(1984)は粗面上の流れに安定した縦渦が存在することを報告しているが⁵⁾、この並列らせん流の安定性と粗度との関連についても興味深い課題である。また底面と側壁で粗度が異なる場合には、 $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の分布がかなり変化することが予想され、これが二次流をどう変化させるかを解明することは重要な課題と考えられる。

また、実際問題としてはせん断応力の分布が問題であり、潤辺に沿って粗度が一様でない場合は従来、流水断面積をそれぞれの壁面の受け持つ部分的な断面に分割する方法がとられている。このとき、断面を分ける分割線にはせん断応力が働かず、また分割線を通っての運動量輸送はないという仮定と、分割されたそれぞれの断面で平均流速およびエネルギー勾配が等しいという仮定が用いられる。この仮定とマンシングの抵抗則を用い、径深分割法として平均のマンシングの粗度係数は次のように表される。

$$n = \left\{ \sum_{i=1}^N (n_i^{2/3} \cdot s_i) / s \right\}^{2/3} \quad (6.1)$$

i は分割面に対する値、 N は分割面の数、 s は潤辺の長さである。足立⁶⁾はさらに、分割された領域内で対数則分布が二次元的に成立すると仮定して分割線を求める式を提案したが、これは少々複雑である。

本研究では、比較的幅の狭い開水路の側壁に支配される二次流に及ぼす粗度の効果を解明することを目的として、全潤辺粗面、底面のみ粗面および側壁のみ粗面とした3タイプの境界条件について、長方形断面開水路流の二次流構造および三次元乱流構造を実験的に検討する。

6. 2 実験方法

実験は、水路1を用いて行われ、粗度としては平均直径 12mm のガラス球を用いた。この粗度を厚さ 35mm の木製台に密に張り付けて、底面または側壁に全水路長にわたって設置した。全

潤辺が粗面のケースをR1シリーズ、底面のみ粗面のケースをR2シリーズ、側壁のみ粗面のケースをR3シリーズとし、R1では水深を4通り、R2、R3では2通り変化させた。この実験条件を表6.1に示す。R1およびR3では、側壁への粗度の設置のため水路幅が31.6cmと狭くなっている。ここで、粗面上の座標原点をどこにとるかが問題となるが、本研究と同様の一樣粒径の球形密集粗度を用いた Nakagawa Nezu and Ueda(1979)⁷⁾の研究に従って、粗度頂部より直径の1/4下方に原点をとり、粗度高さ k_s は球の直径をそのまま用いた。計測点は流れの対称性を考慮して半断面のみとし、また長時間にわたる計測によるブロープの劣化やごみの付着および水温の変化等を避けるために、必要最小限と考えた64~70点を設けた。これは後の二次流ベクトル図の始点の位置で示される。流速計の出力電圧はデータレコーダに記録された後、サンプリング周波数50HzでAD変換され、一測点につき2048個のデータを得てパーソナルコンピュータで処理された。

また、ここでは側壁への粗度の設置が行われたため、流れの対称性を調べる予備実験を、全潤辺粗面のケースについて行った。水深 $H=8.3\text{cm}$ で、 $y=2, 4, 7\text{cm}$ における平均主流速 U と乱れ強度 u' の横断方向分布を図6.1に示す。この結果から流れはほぼ対称と考えてよい。

表6.1 実験条件表

Case	Discharge Q (l/s)	Flow depth H (cm)	Channel width B (cm)	hydraulic radius R (cm)	Roughness height k_s (cm)		Mean velocity U_m (cm/s)	Maximum velocity U_{max} (cm/s)	Reynolds number $Re(=4RU_m/\nu)$ ($\times 10^4$)	Froude number Fr	Energy gradient i_e ($\times 10^{-3}$)	Kinematic viscosity ν (cm^2/s)
					bed	side						
R101	4.70	4.00	31.6	3.19	1.2	1.2	37.17	49.80	4.71	0.594	5.22	0.01007
R103	5.81	5.26	31.6	3.95	1.2	1.2	34.95	48.70	5.20	0.487	2.87	0.01062
R102	9.02	7.70	31.6	5.18	1.2	1.2	37.08	52.06	7.35	0.427	2.05	0.01045
R104	14.86	15.77	31.6	7.89	1.2	1.2	29.83	40.14	8.73	0.240	0.76	0.01078
R201	7.06	5.00	40.0	4.00	1.2	-	35.32	46.87	5.05	0.505	3.41	0.01120
R202	13.99	10.10	40.0	6.71	1.2	-	34.63	50.06	7.93	0.348	1.06	0.01172
R301	4.18	4.02	31.6	3.20	-	1.2	32.90	45.80	3.65	0.524	1.25	0.01153
R302	8.89	7.91	31.6	5.27	-	1.2	35.56	46.85	6.34	0.404	1.09	0.01182

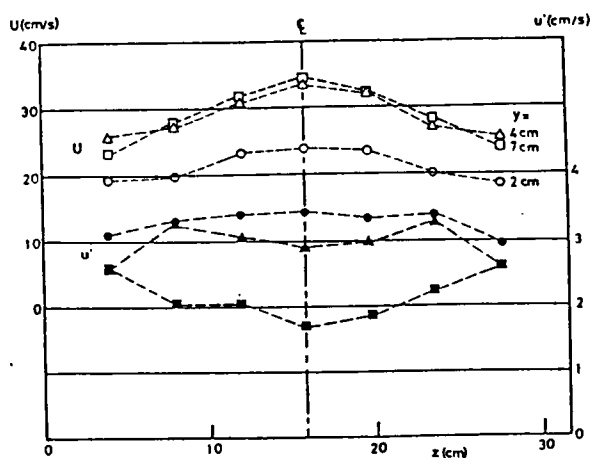


図6.1 平均主流速 U と乱れ強度 u' の横断方向分布

6. 3 二次流の構造

計測された二次流ベクトルと式(4.2)によって計算された二次流の流れ関数の等値線、すなわち二次流の流線を重ねた図を、3種類の境界条件ごとにそれぞれ図6. 2、6. 3、6. 4に示す。まず全潤辺粗面のR1シリーズについては境界粗度が一樣である点は滑面の場合と同条件であり、滑面との比較を中心にその特徴を述べる。

a) 側壁近傍で水面縦渦と底面縦渦が存在するという基本構造は滑面と同じで、その渦スケールもほぼ同程度である。

b) アスペクト比が2のR104では、二次流速は最大主流速の約3%程度と同一アスペクト比の滑面の場合の1.5%より2倍程度大きくまた渦構造が明確である。水面縦渦が発達し、支配的となり、コーナーへ流れ込む特性がみられる。

c) アスペクト比が4のR102では、滑面とほぼ同様の構造であるが、底面縦渦がより強くなっている。

d) アスペクト比が6および8では、水面縦渦が変形し、 $1 < z/H < 2$ の領域で底面にまで達し水深規模の渦となるが、水面近くは依然側壁に接している。特に注目すべきことは、 $z/H > 2$ の中央領域に安定した並列らせん流が発生していることである。この横方向の幅はほぼ水深程度であり、したがってその位置はアスペクト比に依存している。R101では、計測点が少ないためそれほど明確ではないが、R103では側壁近傍の渦と同程度の流速を有し、渦構造が明確に認められ安定しているものと考えられる。また、全体を通じて二次流の大きさは、最大で U_{max} の2%程度と滑面と大差ないが、部分的にみると1.5から2倍程度に増大しているのが認められ、渦はより明確な構造を示している。特に、 V/U_{max} は滑面では非常に小さかったものが、粗面では

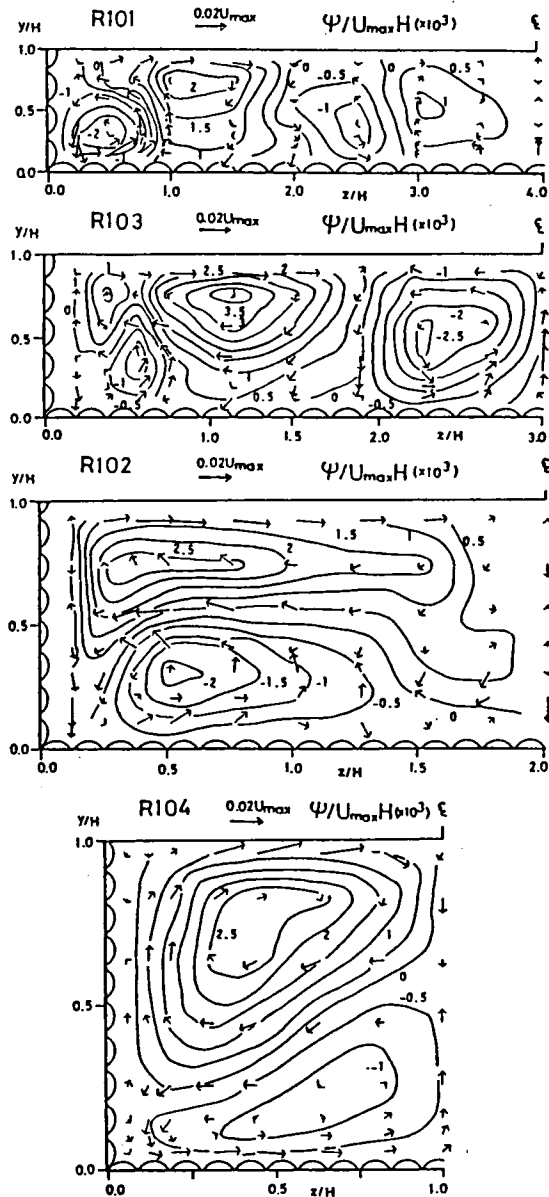


図6. 2 二次流ベクトルと流線図
(R1シリーズ)

大きくなり明確な空間的変動が認められる。

e) 粗面のもう一つの特徴として、側壁による二次流の隣にこれに誘起されたとと思われる並列らせん流が発生している点が上げられる。これは、粗面では縦渦が安定して存在するとした林ら(1984)の研究を支持するものである。滑面で安定しなかったものが粗面で安定した理由として、上述の渦構造の明確化と V の増大が考えられるが、明確な結論は現在のところ下せない。

次に、底面のみを粗面とした R 2 シリーズについては、以下のような特徴が認められる。

a) 側壁近傍の基本的構造は、一様な滑面や粗面と同様に水面縦渦と底面縦渦が存在する。

b) しかし、水面縦渦、底面縦渦ともにその横方向のスケールが減少し、R 1 の約 3/4 程度になる。また、底面縦渦は相対的に弱くなっている。

c) 二次流速の最大値は R 1 と同程度であるが、底面渦では比較的小さい。

d) アスペクト比が 8 の場合、並列らせん流の存在が認められるが、R 1 0 1 と比べるとその発生位置が水面縦渦の幅の減少分だけ側壁の方へよっている。このことは水面縦渦が並列らせん流を誘起することを支持するものと思われる。

次に、側壁のみ粗面の R 3 シリーズの特徴を以下に述べる。

a) 側壁近傍にはやはり、水面縦渦と底面縦渦が存在する。

b) アスペクト比が 4 の場合、R 1 とほとんど同様であるが、水面縦渦の中心の位置が中央寄りとなり、中央付近の下降流がより明確である。

c) アスペクト比が 8 では、水面縦渦、底面縦渦ともにその横方向のスケールが増大し、R 1 の場合の約 1.5 倍に達し、非常に偏平な渦構造を示す。また、 $3 < z/H < 4$ に弱い並列らせん流らしきものが

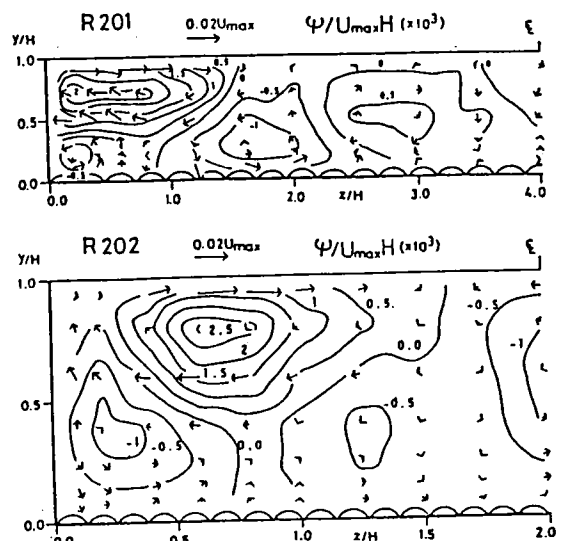


図 6. 2 二次流ベクトルと流線図
(R 2 シリーズ)

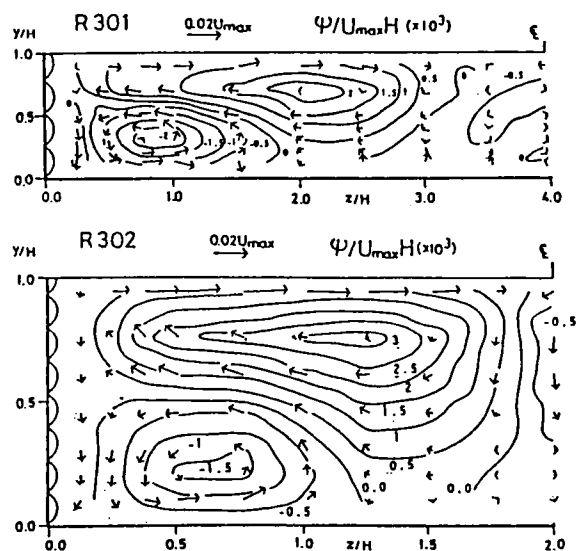


図 6. 2 二次流ベクトルと流線図
(R 3 シリーズ)

認められるがあまり明確ではなく、さらにアスペクト比の大きな場合の実験が必要であろう。
 d) 二次流速の大きさはR1とほぼ同程度である。

以上の結果から、底面と側壁の粗度の相対的な違いが側壁近傍の二次流構造に及ぼす効果は、図6. 5に概略的に示される。ここで、側壁と底面の粗度の違いのパラメーターとして、側壁と底面の平均摩擦速度の比 U_{*w}/U_{*b} を横軸としている (U_{*w} 、 U_{*b} については後に述べる)。これから水面縦渦の幅 L_s と底面縦渦の幅 L_b は、底面に対して相対的な側壁の粗度が大きくなるほど増加し、これらは U_{*w}/U_{*b} とほぼ比例関係にあることがわかる。しかしながら、側壁近傍の基本構造がいずれの場合も変化しないことは興味深い。

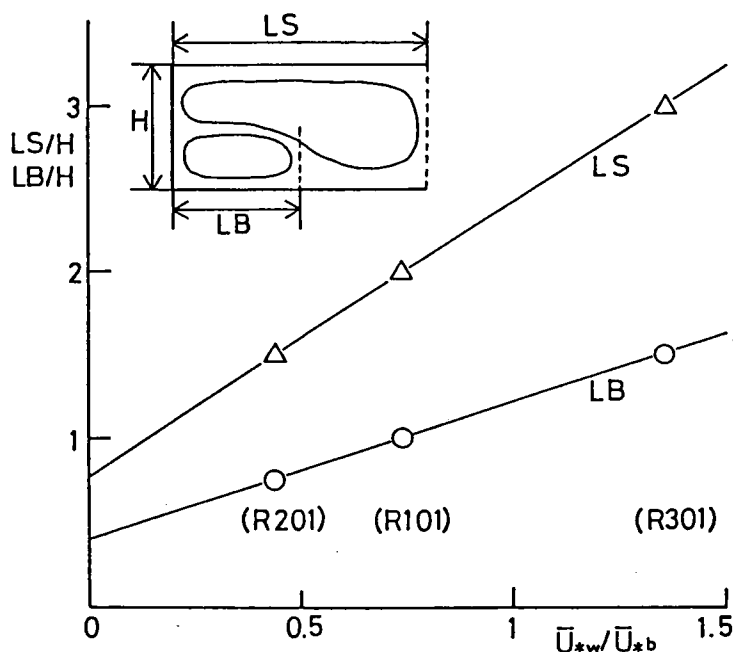


図6. 5 二次流渦の横方向スケール

6. 4 平均主流速分布

各境界条件の平均主流速 U の等値線を図6. 6、6. 7および6. 8に示す。滑面の結果から、平均主流速分布の三次元構造は二次流の影響を顕著に受け、水面縦渦による水面付近の減速が長方形断面の開水路流の特徴であった。また底面縦渦による底面での減速作用も加わり、等値線は側壁に向かって突出したような形状をなすことが分かった。ここでの3種類の境界条件でも、滑面上と粗面上の流速勾配の違いの他に、このような二次流の変化に応じた主流速分布の構造の変化が認められた。

まず、全潤辺粗面の場合（R1シリーズ）については、アスペクト比が2では、滑面と比べて U の分布は異なり、最大流速位置が水路中央に現れず、 $z/H=0.6$ 付近に高速領域が移っている。アスペクト比が4では、上述の滑面での特徴がほぼそのまま当てはまる。アスペクト比が6および8では、 $z/H \leq 2$ の領域は滑面とほぼ同様であるが、これより中央の領域で並列らせん流の影響が顕著に現れ、水路全体に波状の分布を呈している。この並列らせん流の効果は、上昇流部では低速すなわち等値線は上に凸となり、下降流部では高速すなわち下に凸となる。このことから、粗面の場合にはアスペクト比が比較的大きい場合でも水路中央にまで三次元性が及ぶことがわかる。

底面のみ粗面の場合（R2シリーズ）は、水面での減速領域が、 $z/H = 1.5$ 付近までと狭くなり、水面縦渦の幅の減少とよく対応している。アスペクト比が4のR102では、水路中央でも最大流速点の降下はみられない。また、底面縦渦による減速領域も小さくなっている。アスペクト比が8のR201では、並列らせん流の影響による横方向の変動が認められるが、R101ほど顕著ではない。

中央領域の二次流の位置の違いから当然 U の横方向の変動の位相も異なる。

側壁のみ粗面の場合（R3シリーズ）は、アスペクト比が4のR302は、R102とほぼ同様の分布を示すが、底面縦渦による減速領域がより広がっている。アスペクト比が8のR301では、水面縦渦の幅の増大に対応して水面での減速領域が $z/H \approx 3$ 付近に達している。同様に、底面縦渦による減速領域も拡大している。

次に、主流速の対数分布特性について検討する。滑面の場合には底面および側壁の近傍で式(4.4)の対数則によく従うことが示されたが、粗面の場合には対数則は次式となる。

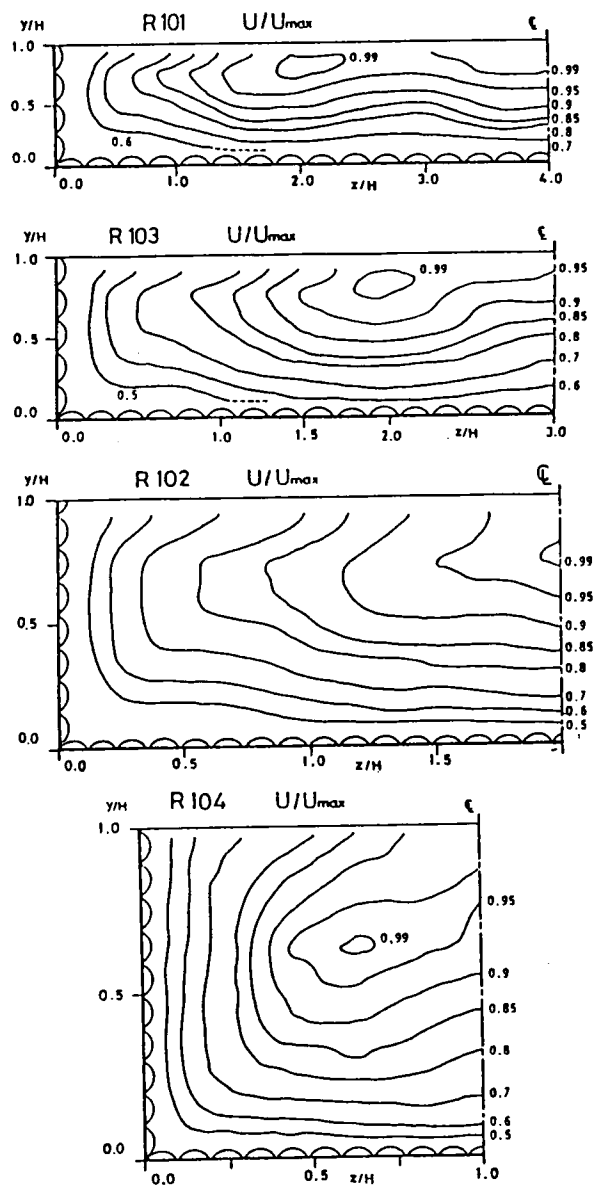


図6.6 平均主流速の等値線
(R1シリーズ)

$$\frac{U}{U_s} = 2.5 \ln \frac{y}{k_s} + 8.5 \quad (6.2)$$

本実験の範囲では、 $U_s k_s / \nu$ はおよそ 200~300 程度で完全粗面の範囲にはいる。全潤辺粗面の R101 の場合の底面上および側壁上の対数分布を図 6. 9 に示す。図中の直線は式(6.2)を示す。底面上の分布はどこでも $y/k_s \leq 1$ の領域で式(6.2)によく一致した。側壁上の分布は壁近くの点が少ないため明確ではないが、ほぼ式(6.2) にのっている。したがって、カルマン定数 κ および切片定数の値がほぼ妥当と考えられる。その他の境界条件については粗面上の分布は R101 とほぼ同様であるが、粗面に隣接する滑面上では粗面の壁近くで勾配がほぼ 0 に近くなる領域が現れ、本実験の計測範囲からは傾きの一致までは確かめられなかった。それぞれの境界条件に応じて滑面に対する式(4.4)と粗面に対する式(6.2)を使い分けて、底面および側壁の摩擦速度を求めた。

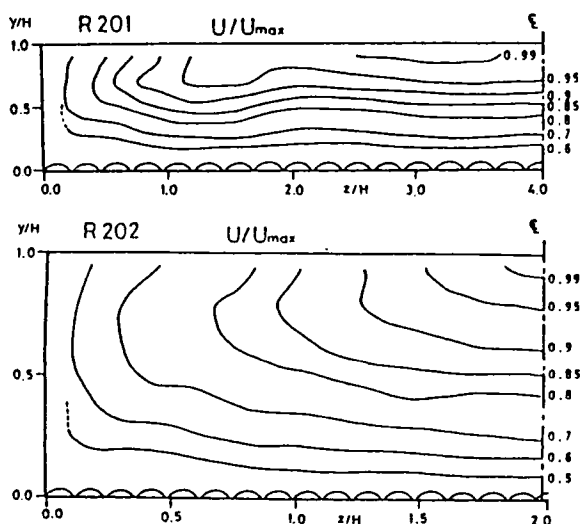


図 6. 7 平均主流速の等値線
(R2 シリーズ)

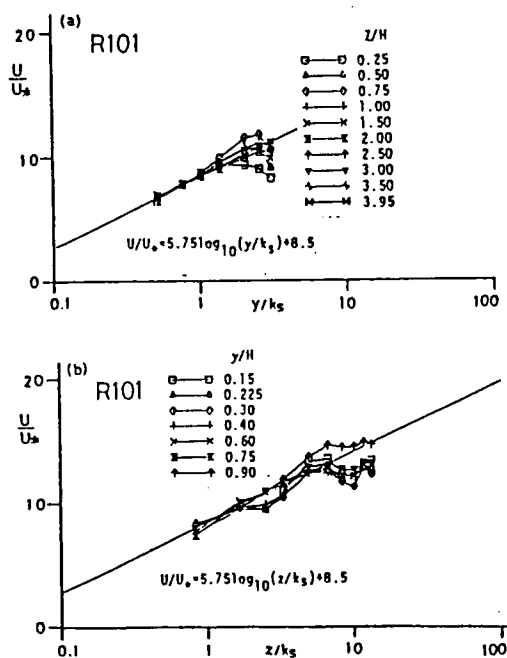


図 6. 9 対数則分布 (粗面)

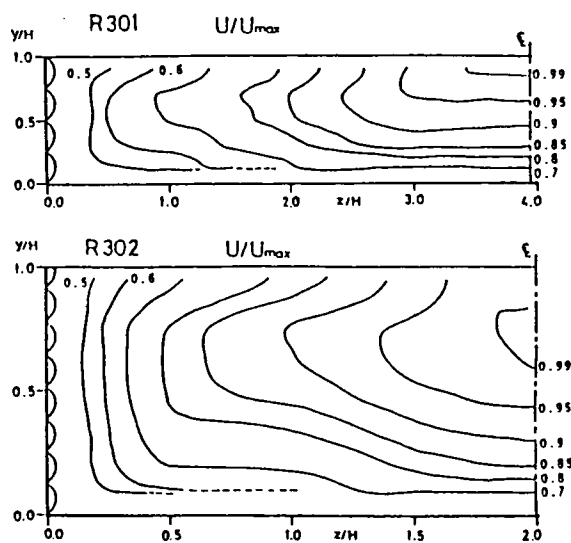


図 6. 8 平均主流速の等値線
(R3 シリーズ)

6. 5 壁面せん断応力分布

対数則から求められた摩擦速度、壁面せん断応力の各平均値および側壁と底面のせん断力比について表6. 2に示す。 U_{*b} および U_{*w} は次のように定義される。

$$U_{*b} = \sqrt{\tau_b / \rho} \quad (6.3)$$

$$U_{*w} = \sqrt{\tau_w / \rho} \quad (6.4)$$

ここで、 τ_b および τ_w はそれぞれ底面および側壁での局所的せん断応力である。対数則から評価された平均の壁面せん断応力 $\bar{\tau}$ はエネルギー勾配から得られた τ 。とほぼ一致すると考えてよく、粗面の場合も対数則による評価が妥当であることがわかる。アスペクト比の増大とともに τ_w/τ_b は小さくなる傾向にあり、しかも滑面の場合よりも顕著である。本実験では相対粗度が大きく、また幅を一定として水深を変化させているため、アスペクト比の増大につれて底面の相対粗度が増大するのに対して、側壁の相対粗度は水深に影響されないことがこの原因の一つになっている。したがって、このような抵抗則に及ぼす粗度の影響を検討するには相対粗度を幅広く変化させた実験が今後必要であろう。

表6. 2 平均せん断応力

CASE	ASPECT RATIO (B/H)	τ_b (g/cms ²) ($\times 10^3$)	$\bar{\tau}$ (g/cms ²) ($\times 10^3$)	τ_b (g/cms ²) ($\times 10^3$)	τ_w (g/cms ²) ($\times 10^3$)	U_{*b} (cm/s)	U_{*w} (cm/s)	$\frac{\tau_w}{\tau_b}$	$\frac{SF_w}{SF_b}$	f'	n'
R101	3.95	16.615	16.522	18.183	9.959	4.221	3.124	0.547	0.122	0.0938	0.0195
R102	2.02	10.615	11.515	12.737	9.007	3.532	2.971	0.707	0.256	0.0681	0.0180
R103	3.00	11.351	12.473	14.083	7.635	3.715	2.735	0.542	0.153	0.0800	0.0186
R104	1.00	5.995	6.180	6.327	6.032	2.490	2.431	0.953	0.488	0.0557	0.0173
R201	4.00	17.544	11.436	13.638	2.628	3.656	1.605	0.192	0.046	0.0719	0.0177
R202	1.98	7.108	6.686	8.877	2.346	2.950	1.516	0.264	0.118	0.0437	0.0151
R301	3.95	5.079	3.907	3.339	6.141	1.809	2.453	1.839	0.319	0.0283	0.0107
R302	2.00	7.112	4.934	3.235	8.328	1.780	2.857	2.574	0.563	0.0306	0.0121

次に、局所的なせん断応力の分布について考察する。全潤辺に沿って平均されたせん断応力で無次元化された壁面せん断応力分布を図6. 10、6. 11、6. 12に示す。 z' は側壁の水面から壁に沿って水路中央に至る座標で図中の垂直線はコーナーを示す。まず、全潤辺粗面の場合(R1シリーズ)について検討する。底面上の分布は、長方形断面の場合、底面縦渦の影響で側壁からの τ の増加が弱まり一定または極小となる屈曲点が存在することが特徴であるが、側壁が粗面の場合は側壁が滑面の場合より側壁近くでの欠損量が大きく、側壁から少し離れたところ、すなわち底面縦渦の範囲を越えたところで急に増大する。全体に横断方向の変動が大きく、滑面では $\tau/\bar{\tau}$ の最大値は約1.2前後であったのに対して、R1では1.3から1.5までになる。R101では $2z/B=0.5$ と1付近でピークがありその中間が極小となる。R103では $2z/B=0.7$ 付近でピークをとって水路中央が極小となる。これは並列らせん流の影響

を示すものと考えられ、すなわち、 τ は二次流の下降流部で増大し、上昇流部で減少することがわかる。この極小値と極大値の差はR101で平均値の約20%、また、R103では約40%程度に達する。このことから、粗面流れにおいては横断方向に大きなせん断応力の不均一が発生することがわかる。これは、二次流自身による輸送とともに、移動床における縦筋の発生や⁸⁾、sand ridgeの発生⁹⁾のメカニズムを説明するものである。さらに幅の広い水路においても、縦筋などの河床形態の変化と二次流渦の相互作用を通して水路全域にわたる河床の縞構造と並列らせん流が安定して形成されることが期待される。また、R101とR103をみると、せん断応力のピークの位置が全く逆になっており、この構造はアスペクト比に依存するといえる。

側壁上の分布は、R104を除いてアスペクト比によらずほぼ相似な分布形を示し、底面の場合と同様にコーナー近くの欠損が大きく $y/H=0.65$ 付近でピークをとり、滑面の場合と同様の分布形であるが、全体

的にピークの鋭い分布となる。これは側壁近傍の二次流の構造がアスペクト比によってあまり変化しないことによると思われるが、アスペクト比が小さくなるとR104のように相似性が崩れる。これは滑面の場合においてもみられたことである。

次に底面のみ粗面とした場合(R2シリーズ)については、底面上の分布は側壁が滑面であるためコーナー近くの減少が小さくなるが、全潤辺滑面の場合に比べて横断方向の変動量が大きくなる。

$\tau/\bar{\tau}$ の最大値はR201で1.3、R202で1.6に達する。R201では並列らせん流の影響が現れて、 $2z/B=0.3$ と0.8付近で極大、 $2z/B=0.6$ 付近で極小となっている。これらの位置は二次流の構造とよく対応している。

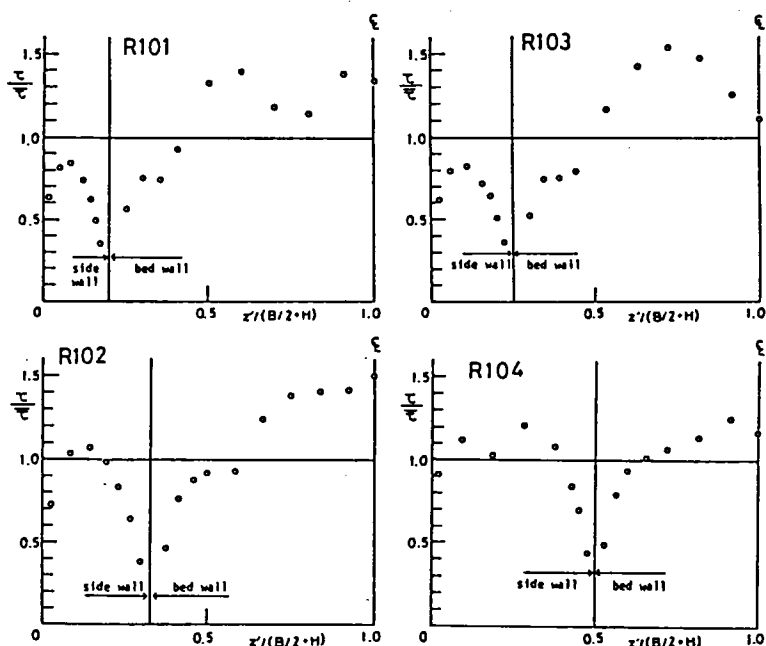


図6. 10 壁面せん断応力分布 (R1シリーズ)

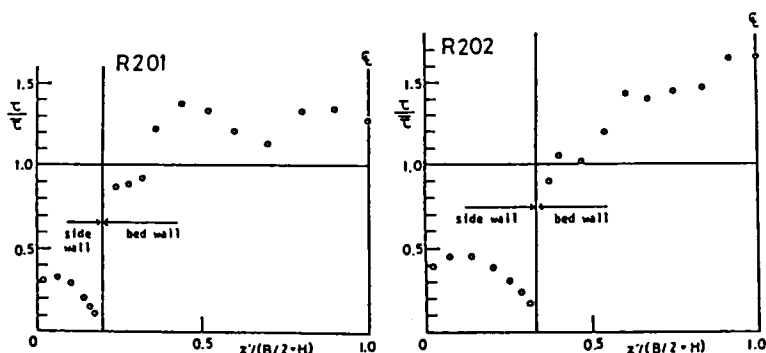


図6. 11 壁面せん断応力分布 (R2シリーズ)

側壁上の分布は、底面が粗面であるためやはりコーナー近くの欠損が大きく、ピークの位置は R 1 シリーズに比べて若干水面寄りとなり、水面での減少も小さい。

側壁のみ粗面の場合 (R 3 シリーズ) の底面上の分布は、側壁が粗面であることと、底面縦渦の拡大の影響によってコーナー近くの欠損が大きく、結果的に横断方向の変動量が滑面に比べて大きくなる。しかし、側壁の占めるせん断力が大きいから $\tau/\bar{\tau}$ の最大値は大きくなり、側壁上の分布は、ピークの位置が R 1 シリーズに比べて底面側にずれ、水面での減少が大きく、全体に鋭い凸型の分布となる。また、 $\tau/\bar{\tau}$ の最大値は約 2.0 に達している。

6. 6 乱れ強度分布

平均流速の三次元構造からわかるように、本実験の範囲内では、同一の境界条件においてはアスペクト比が異なっても側壁近傍の構造はほとんど変化せず、 z/H に対して相似な分布を示した。このことは乱れ強度についても言える。したがって、以下ではアスペクト比が 8 の場合についてのみ示し、境界条件による比較検討を行うこととする。

まず、乱れ強度 u' を潤辺平均の摩擦速度 \bar{u}_* で無次元化した等値線を図 6. 13 に示す。 u' の等値線は、水面縦渦の範囲内において等値線が底面側に寄り間隔が密となり、ここで乱れが減少していることを示し、これよ

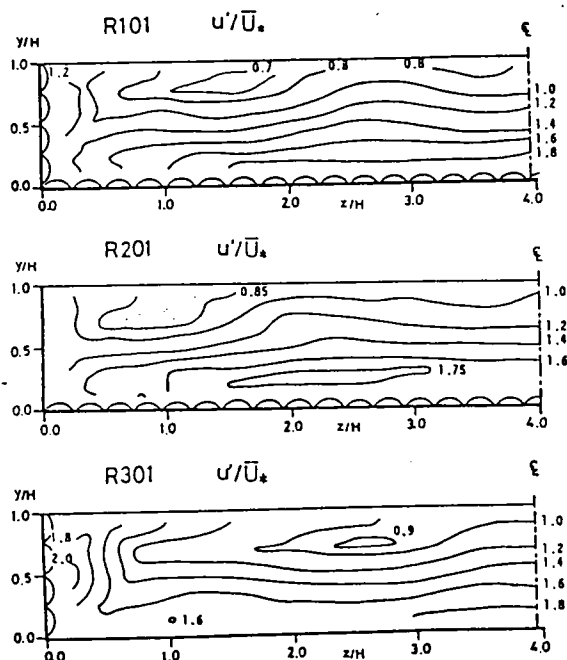


図 6. 13 乱れ強度 u' の等値線

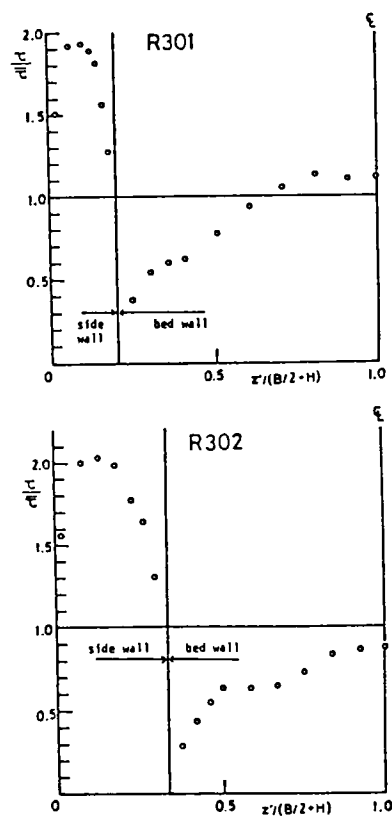


図 6. 12 壁面せん断応力分布 (R 3 シリーズ)

り水路中央側で u' は急に増大している。水面付近で等値線は側壁に向かって鋭く突出し、水深方向に底面から単調に減少した乱れが水面で再び増大するのが特徴で、この領域は水面縦渦のスケールに対応している。底面縦渦の影響はそれほど顕著ではない。R101、R201では中央領域で並列らせん流による波状の分布を示す。これから二次流の上昇流部で乱れが増大し、下降流部で小さくなるのがわかる。また、R101で側壁近くの u' が底面近くに比べて小さいが、これは表6. 2に示したように同一の粗度でも側壁の平均の U_x が底面の平均の U_x に比べて小さいことが原因していると考えられる。 \bar{U}_x で無次元化された u' の値は、中央領域ではほぼ同程度であるが側壁近くに差が現れ、R301で大きく、R201で小さい。

次に図6. 14、6. 15に v' および w' の等値線を示す。一般的に言えば、 v' および w' はそれぞれの変動の方向に垂直な壁面によって抑制される。 w' は側壁近くの値が相対的に小さくなることを除けば、 u' と殆ど同様な構造をしているとみなせる。 v' は u' 、 w' の分布とは異なり、水面縦渦による水面での増大がみられない。これは、自由水面による鉛直方向の乱れの抑制作用によって、水面近くでの v' の減少が急激になることによると考えられる。中央領域においては v' も u' と同様の分布傾向を示し、並列らせん流の影響に関しては u' と同様と考えられる。

全体的にみて、それぞれの境界条件における側壁の二次流の影響領域は平均主流速と同様であるとみなせる。

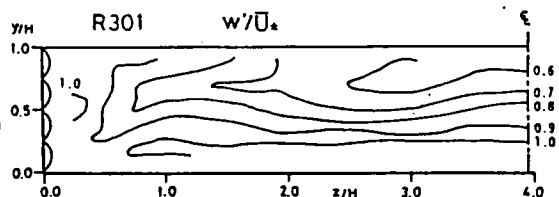
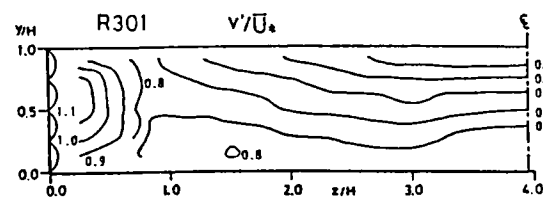
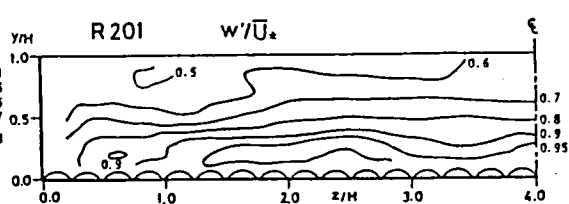
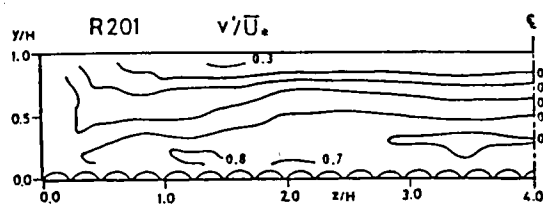
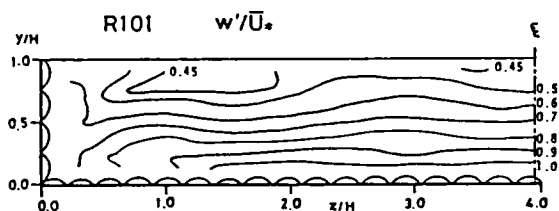
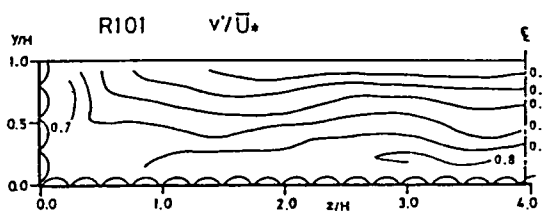


図6. 14 乱れ強度 v' の等値線

図6. 15 乱れ強度 w' の等値線

6. 7 レイノルズ応力分布

レイノルズ応力 $-\overline{uv}$ および $-\overline{uw}$ を断面平均摩擦速度 $\overline{U_*}$ の2乗で無次元化した等値線を図6. 16および6. 17に示す。まず、 $-\overline{uv}$ は側壁に近づくにつれて徐々に値が減少し、側壁から少し離れたところの水面付近に負の領域が現れるのが特徴であり、この領域は側壁の相対的な粗度が大きいほど広がっている。これは明らかに水面縦渦の大きさに対応するもので、水面での U の減速によって $\partial U / \partial y$ が負になることが原因と考えられる。しかし、これらの対応関係は完全には一致していない。両者の厳密な関係を述べるにはさらに詳細な計測を必要とすると考えられる。また、中央領域では v' と同様な変動がみられる。

次に、 $-\overline{uw}$ は横断方向に周期的な変動を示し、正の領域と負の領域が交互に現れる。側壁よりの底面側では底面縦渦の影響で極小点と極大点が隣合って現れ、中央領域では並列らせん流に対応した変動を示している。このことから、 $-\overline{uw}$ は $\partial U / \partial z$ の分布と関係づけられることがわかる。

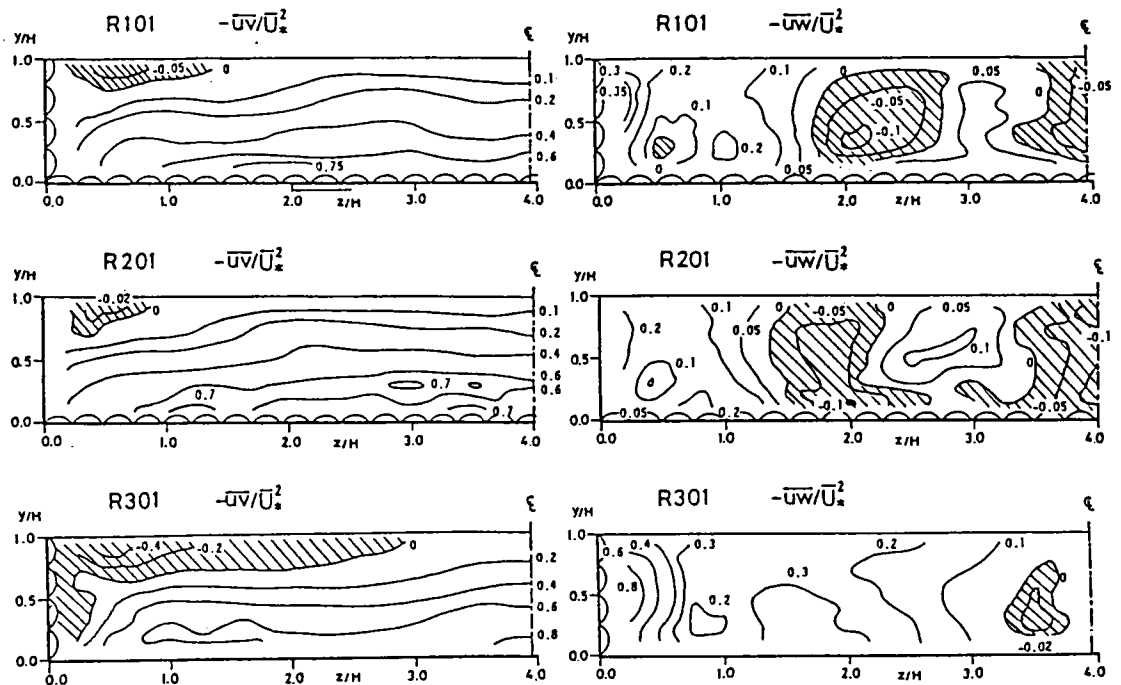


図6. 16 レイノルズ応力 $-\overline{uv}$ の等値線

図6. 17 レイノルズ応力 $-\overline{uw}$ の等値線

6. 8 結言

この章では、直線開水路流の三次元構造に及ぼす粗度の効果を明らかにすることを目的として、全潤辺粗面、底面のみ粗面および側壁のみ粗面という3種類の境界条件のもとで、二次流

を中心とした流れの三次元構造を実験的に明らかにしたものである。得られた主な結果を以下に列挙する。

(1) 一様な粗面の場合も、底面と側壁で一様でない粗面の場合も、側壁近傍の水面縦渦および底面縦渦を含む基本的な二次流構造は変化しない。

(2) 側壁のせん断力の底面のせん断力に対する比が大きいほど、この側壁近傍の渦構造のスケールが増大する。

(3) 粗面では水面縦渦より中央側に並列らせん流が安定して存在し、側壁近傍の二次流が並列らせん流の発生原因になると考えられる。

(4) 壁面せん断応力は、対数則から良好に評価され、粗面においては、底面で横方向の変動が大きく並列らせん流の影響を顕著に反映していることから、二次流の移動床流れに果たす役割は大きいものと推測される。

(5) 主流速、乱れ強度およびレイノルズ応力の三次元構造は顕著に二次流の影響を示しており、その対応関係は明白である。

参考文献

- 1) 冨永、江崎；開水路流の三次元構造に及ぼす側壁および粗度の効果、第29回水理講演会論文集、pp.827-832, 1985
- 2) 冨永；境界粗度の変化に伴う開水路流の三次元構造、第17回乱流シンポジウム講演論文集、pp.199-203, 1985
- 3) Tominaga, A. and Nezu, I.: Three-dimensional Turbulent Structure in a Straight Open-channel Flow with Varying Boundary-roughness, Proceedings of the Third Asian Congress of Fluid Mechanics, Tokyo, pp.608-611, 1986
- 4) 梶津家久；開水路の乱流構造に関する基礎的研究、京都大学学位論文、1977
- 5) 林泰造、大橋正和、小谷裕司；開水路流れにおける縦渦の乱流特性について、第28回水理講演会論文集、pp.263-270, 1984
- 6) 足立昭平；長方形断面開水路の側壁効果に関する研究、土木学会論文報告集、第81号、pp.17-26, 1962
- 7) Nakagawa, H., Nezu, I. and Ueda, H.: Turbulence of open channel flow over smooth and rough beds, Proc. of JSCE, No.241, pp.155-168, 1979
- 8) 村本嘉雄、河田恵昭、布村明彦；砂礫河川の掃流砂に関する基礎的研究、京都大学防災研究所年報、第20号B-2、pp.451-473, 1977
- 9) Karcz, Z.: Secondary currents and the configuration of a natural stream bed, Journal of Geoph. Research, vol.71, pp.3109-3116, 1966

第7章 河床形状と並列らせん流（二次流セル群）との関係に関する実験的研究

7. 1 緒言

第4章から第6章で行った実験は、比較的幅の狭い開水路を扱ったものであり、側壁の存在が三次元性を生じさせる直接の原因であった。本章で取り扱う現象は比較的幅の広い開水路でみられる細胞状の縦渦構造であり、直接には側壁の支配を受けないものである。このような渦構造、すなわち並列らせん流は、すでに述べたように河床形態と密接な関係があり、横断方向の粗度の変化あるいは河床高の変化をもたらす。村本嘉雄ら(1977)¹⁾は、粒径の粗い固定されたガラス玉と細砂の混合砂において細かい砂が洗掘され、粗いガラス玉が露出し粗度が大きくなる現象を観察し、二次流がその原因であるとし、さらにこの二次流を考慮した流砂量式を提案している。また、河床の凹凸については Karcz(1966)²⁾や Allen(1970)³⁾らの報告がある。一様な固定床においても並列らせん流は発生する可能性があるが、この場合その位置が安定せずに時間とともに移動したり、間欠的に生じると考えられるから、点計測による長時間平均によつては捉えられないように思われる⁴⁾。したがって、このような並列らせん流の存在する流れの内部構造を検討するためには、横断方向に非一様な条件を与えて二次流を安定化させる必要がある。そこで、初めからこの様な河床条件を与えてこの上の流れを研究する方法が考えられる。Müller(1978)⁵⁾は移動床に水を流した時形成された横断方向の起伏を固定化し、その上の流れの計測を行った。木下良作(1978)⁶⁾は河床に縦溝やうろこ状の三次元的な粗度を設置した実験を行い、アルミ粉末やパンチくずを用いた可視化法で並列らせん流の挙動を観察した。今本博健ら(1979)⁷⁾は、流下方向に細長い棧型粗度を水深の2倍間隔で配列したときに並列らせん流が最も安定することを水素気泡による可視化実験で明らかにした。中川博次ら(1981)⁸⁾は空気管路流において、Müller(1979)⁵⁾や Studerus(1982)¹⁰⁾は開水路流において、粗面と滑面を交互に縞状に配置した河床上での乱流構造を詳細に計測し、粗面上で下降し滑面上で上昇する二次流の存在を明らかにしている。また中川博次ら(1981)¹¹⁾は横断方向に一定間隔でスリット状の吹き出し流を与えて、二次流を強制的に発生させ、そのときの流速変動の横方向相関を調べている。さらに、中川博次ら(1982, 1983, 1981)^{12), 13), 14)}は台形の棧型突起を縞状に設置した空気管路流において実験を行い、突起上で上昇する二次流を確認している。

また、並列らせん流というわけではないが、河床形状と流れの関係という観点からいくつかの研究がある。機械工学の分野では、人工的な突起あるいは角のある流れの研究が数多く行われていて、古屋善正ら(1975, 1976)^{15), 16)}は角に沿う境界層を実験的に検討し、角から外へ向かう流れと隅角部へ向かう流れを含む何対かの二次流構造を予測している。このような二次流は平板のエッジ部に沿う境界層においてもみられ Elder(1960)¹⁷⁾はエッジから外へ向かって流れる一対の二次流を確かめている。Hinze¹⁸⁾は、粗面と滑面が混在する長方形の管路流において、粗面上が高速になることを示し、乱れエネルギー式に基づき、粗面上では乱れエネルギーの発生率が粘性逸散率を上回るために下降流が生じると説明している。

この章では、以上のような結果を参考にして、2つの境界条件を設定する。その1つは河床に粗面と滑面を横断方向に交互に配列した実験で、もう1つは河床に台形断面の細長い棧を横断方向に一定間隔で設置した実験である。これらの条件のもとでは安定した二次流が発生することが確認され、二次流と平均流速および乱流構造との関係が検討される。これらの場合は、側壁の影響を受けない領域において、横断方向に一樣な二次元流れの構造との比較検討が可能であり、この観点からの検討を加える。

7. 2 横断方向の粗度変化を伴う流れに関する実験^{19) 20)}

7. 2. 1 実験方法

実験は水路1を用いて行われた。安定した二次流を得るために粗面と滑面を横断方向に交互に配列した。用いた粗度は、ビニール製のピラミッド型の滑り止め用シートである。この粗度の形状を図7. 1に示す。粗面と滑面の間には厚さ1.1mmのビニール製シートを張り付けた。この設置状況を図7. 2に示す。ここで粗面中央と滑面中央の間隔を b とすると、 $b = 4.8\text{cm}$ である。この配置は第4章と第6章で得られたアスペクト比8のときの側壁近傍の二次流によって誘起される並列らせん流の配列に適合させるようにしたものである。

水深と河床の粗度の波長との関係を検討するために、粗面と滑面の配列は1通りとし、水深を4.8cm (L101)、9.6cm (L102)、2.4cm (L103)と3通り変化させた。これらはそれぞれ $H/b = 1, 2, 0.5$ に当たる。また用いた粗度の特性を調べるために、同一の粗度で底面全体を粗面とした実験(R111)も行った。これらの実験条件を表7. 1に示す。

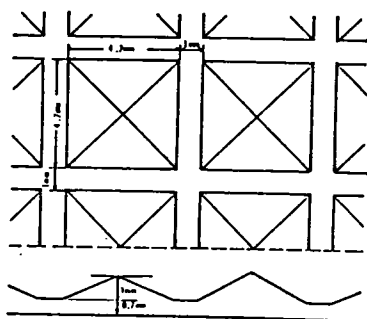


図7. 1 粗度形状

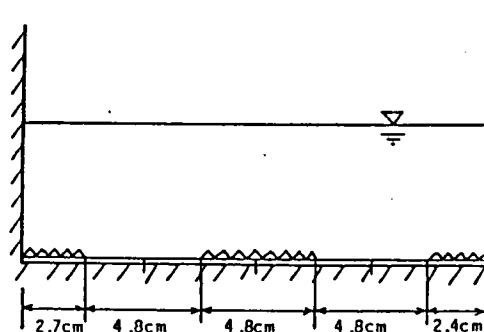


図7. 2 粗度配置

表7. 1 実験条件表(横断方向粗度変化)

CASE	Discharge Q (cm^3/s)	Flow depth H (cm)	Channel width B (cm)	Hydraulic radius R (cm)	Mean velocity U_m (cm/s)	Maximum velocity U_{\max} (cm/s)	Reynolds number Re ($=4R U_m / \nu$)	Froude number Fr	Energy gradient i_e ($\times 10^{-3}$)
R111	7955	4.78	39.0	3.84	42.67	50.50	6.15×10^4	0.623	1.70
L101	7955	4.80	39.0	3.85	42.49	52.17	6.15×10^4	0.620	1.35
L102	17011	9.62	39.0	6.44	45.34	54.26	10.93×10^4	0.467	0.67
L103	3972	2.43	39.0	2.16	41.91	42.99	3.43×10^4	0.859	2.69

計測点は、R111、L101、L102では、側壁から中央までの半断面において z 方向に 17 点、 y 方向に 8 点の計 136 点、L103では水路中央から次の粗面中央までの間で z 方向に 17 点、 y 方向に 6 点の計 102 点である。データのサンプリング周波数は 50Hz で、データ個数は 2048 個である。

7. 2. 2 粗面の特性について

非一様な粗面の実験に先立って、一様な粗面の実験によって用いた粗度の特性を明らかにしておく必要がある。粗面において問題となるのは、河床の位置をどこにとるか、すなわち、 y 座標の原点をどこにとるかということと、粗度高さ k_s がいくらかということである。第 6 章のような球形の密集粗度ではある程度特性が知られているが、このような特殊な粗面においてはこれらを予め決定しなければならない。また、Antonia and Laxton(1971)²¹⁾ は粗面ではカルマン定数 κ が減少すると述べている点も検討の余地がある。 y 座標の原点は、式(3.6)の対数則が壁面近傍で成立するように座標原点を移動させて決定するのが通例であり、これに従うと、粗度頂部より約 0.6mm 下にとればよいことがわかった。このことから粗面の間を埋める滑面として厚さ 1.1mm のシートが選ばれた。これによって河床高さは粗面と滑面で同じになる。

次に $\kappa=0.4$ として、壁面近くの対数分布の勾配から U_x を求めて平均したところ、 $\bar{U}_x=2.964$ cm/s となった。ところが、水面勾配より式(2.52)によって求めた断面平均の摩擦速度は $U_{*0}=2.529$ cm/s となってかなりの差があった。また、前者の U_x を用いて乱れ強度及びレイノルズ応力 $-\overline{uv}$ を無次元化すると二次元流れの梶津家久(1977)の普遍表示式²²⁾ および理論式(2.53)に比べてかなり小さくなることがわかった。したがって、対数則による平均の U_x が U_{*0} に一致するように κ を求めたところ $\kappa=0.33$ となった。このとき粗度高さ $k_s=0.2$ cm となり、 $k_s^+ = U_{*0} k_s / \nu$ の平均は 49.2 となり遷移領域にあるが、対数則における切片定数はほぼ 8.5 としても大差ない領域にあった。このときの平均流速の対数則分布を図 7. 3 に示す。 $y/H \leq 0.3$ で図中に直線で示される対数則によく一致している。したがって、以下の非一様な河床についてもこの $\kappa=0.33$ 、 $k_s=0.2$ を用いることとした。

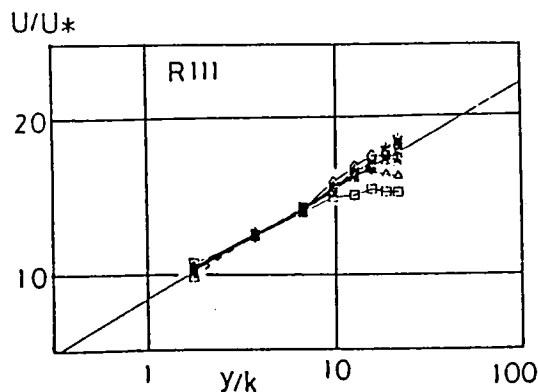


図 7. 3 対数則分布 (底面一様粗度、R111)

7. 2. 3 実験結果の概要

ここでは、水深を3通り変化させた場合の平均流速、乱れ強度、レイノルズ応力分布の全体的な特徴を述べる。

(1) 二次流速分布

図7. 4に二次流のベクトル図を示す。L101では、 $z/H \leq -0.2$ の側壁領域の構造は誤差が大きく不明確となっているが、 $z/H \geq -0.2$ の中央領域では粗面中央($z/H = -2.0$)で下降し滑面中央($z/H = -1.0$)で上昇する水深規模の渦が顕著に認められる。L102では、側壁による水面縦渦がまだ支配的で、底面の粗度の不均一に起因する渦構造は不明確であり、若干粗面中央で下降し滑面中央で上昇する傾向が認められるが、半水深規模に押さえられている。L103では、データのばらつきが大きい、粗面と滑面の境界付近で下降流が生じ、滑面中央及び粗面上で上昇流が生じる傾向にあり、特に滑面上の渦構造の方が明確である。

以上より、粗面中央と滑面中央の間隔 b が水深 H に等しいときに最も安定した水深規模の渦が形成され、水深 H と b が異なるときは、どちらか小さい方のスケールによって渦の形状が規制されることがわかる。

(2) 平均主流速分布

図7. 5に平均主流速 U の等値線を示す。L101においては、側壁領域では長方形断面の構造とよく似ている。中央領域では、粗面上で高速、滑面上で低速となり、顕著な波状の分布を呈する。また、底面近傍の等値線間隔は、粗面上で密で、滑面上で疎となることわかる。

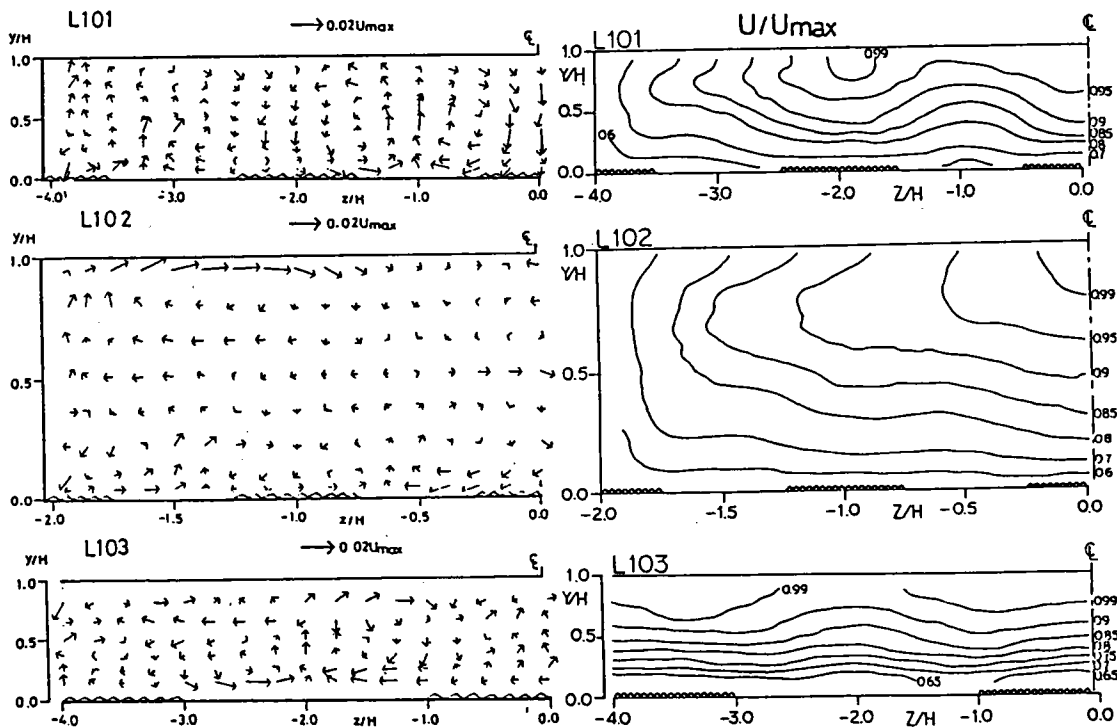


図7. 4 二次流ベクトル図

図7. 5 平均主流速の等値線

これは、粗面上で水面近くの高速流体が下降流によって下に輸送され、滑面上で底面近くの低速流体が上昇流によって上に輸送された結果と考えられる。L101では、全体が側壁の支配領域に入り、底面の粗度の不均一による流速の波状の分布は $y/H \leq 0.5$ の領域にわずかに認められる。L103では、滑面中央付近で明らかに低速となり、滑面と粗面の境界上で若干高速となる傾向にある。これはやはり、二次流の構造とよく対応しているが、横断方向の変化の程度はL101に比べて小さい。

(3) 乱れ強度分布

図7. 6～7. 8はそれぞれ乱れ強度 u' 、 v' 、 w' の等値線を示す。これらの値は後に述べる対数則から求めた平均の摩擦速度 U_τ で無次元化したものである。 u' 、 v' 、 w' とも二次流の影響という点ではほぼ同様であるためこれらを総合して特徴を述べることにする。L101では、底面ごく近傍では粗面上の方が大きく、滑面上の方が小さいが、底面から離れると逆に粗面上で小さく滑面上で大きくなる。したがって、等値線間隔は粗面上が密で滑面上が疎となっていることが特徴的である。これは、底面近傍では河床の境界条件の影響が強いが、壁からある程度離れた領域では二次流による輸送の効果によって乱れは下降流部で小さく、上昇流部で大きくなったものと解釈できる。L102では、 $y/H \leq 0.5$ の領域で弱いながらも同様の傾向が認められる。L103では、滑面上はL101と同様のことが言えるが渦構造の変化によって境界上が若干小さな値をとり、粗面上では全水深にわたって大きな値をとる。 v' と w' の分布の違いが二次流の発生機構にとって重要であるが、これについては後に検討する。

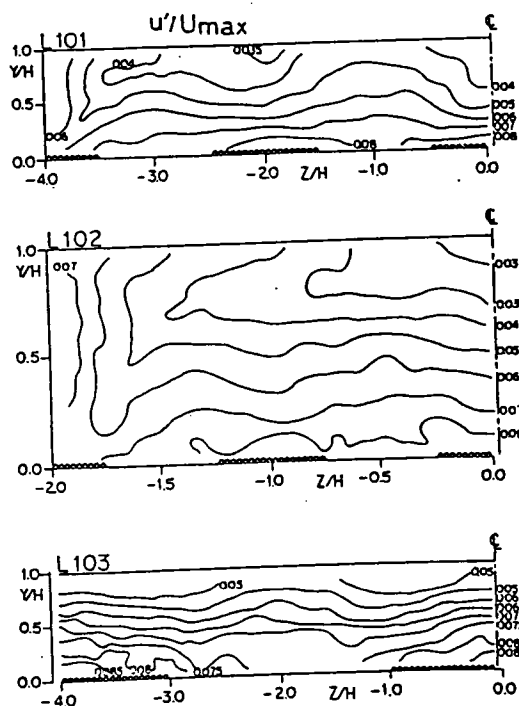


図7. 6 乱れ強度 u' の等値線

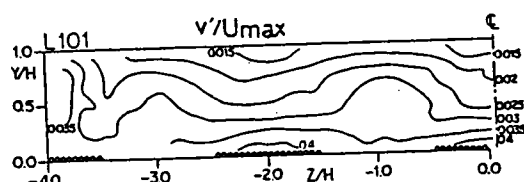


図7. 7 乱れ強度 v' の等値線

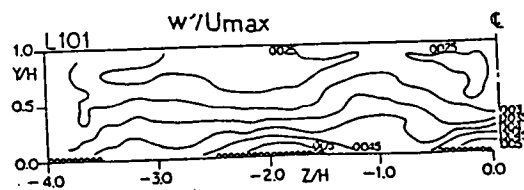


図7. 8 乱れ強度 w' の等値線

(4) レイノルズ応力分布

図7. 9に $-\overline{uv}$ の等値線を、また図7. 10に $-\overline{uw}$ の等値線を示す。この値は $\overline{u_*}$ によって無次元化されたものである。 $-\overline{uv}$ については、どのケースも乱れ強度 u' の分布と傾向が一致し、二次流の影響に関しては、同様のことが言える。 $-\overline{uw}$ については、L101では、粗面および滑面中央でほぼ0に近い値となり、 $-2 \leq z/H \leq -1$ の領域で負となる。また、全体に底面近傍に以外では水深方向の変化が小さいようである。L102では、やはり $y/H \leq 0.5$ の領域において横断方向に周期的に符号を変える分布を示している。L103では、 $-3 \leq z/H \leq -2$ と $-1 \leq z/H \leq 0$ の領域に負の値が現れている。これから、 $-\overline{uw}$ は主流速 U の横断方向勾配 $\partial U / \partial z$ の符号と対応しており、また二次流構造とも対応していることがわかる。

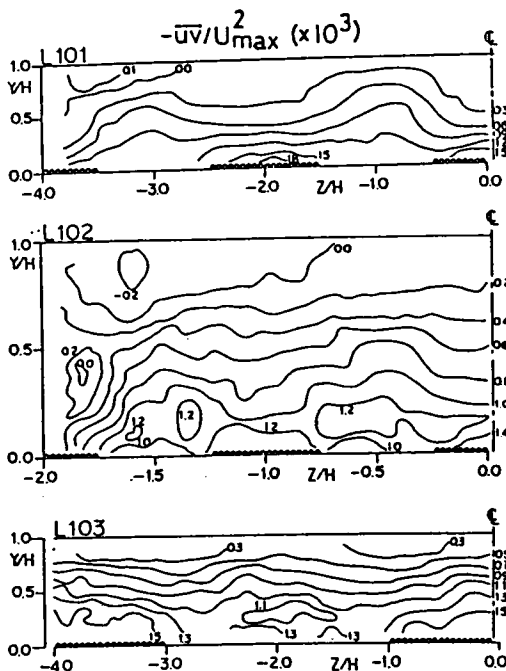


図7. 9 レイノルズ応力 $-\overline{uv}$ の等値線

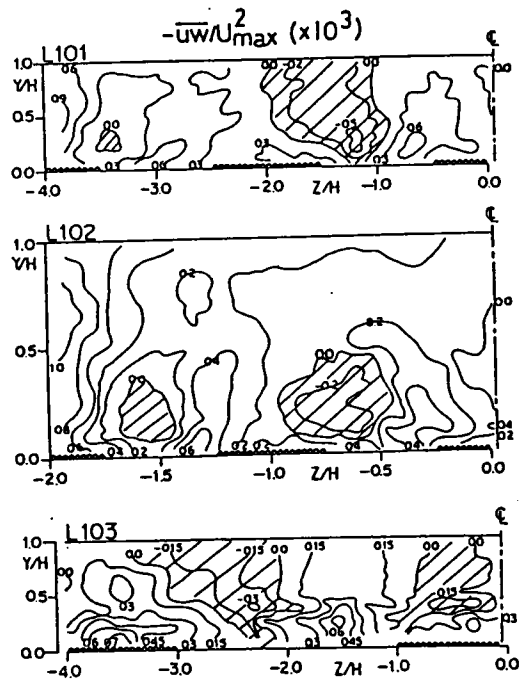


図7. 10 レイノルズ応力 $-\overline{uw}$ の等値線

7. 2. 4 流れの三次元乱流構造に関する検討

ここでは、水深規模の渦が明確に形成され、ほぼ側壁の影響を受けない L101 の $-2 \leq z/H \leq 0$ の領域の流れについて検討する。鉛直方向分布については、この $-2 \leq z/H \leq 0$ の区間、すなわち粗度分布の一周期の z 方向平均値と粗面中央 ($z/H=0$)、粗滑境界 ($z/H=-0.5$)、滑面中央 ($z/H=-1.0$) の分布を比較する。また、横方向については、底面付近 ($y/H=0.073$)、中央付近 ($y/H=0.521$)、水面付近 ($y/H=0.891$) の3箇所における分布を示し、その分布形を検討するとともに、横方向の空間的変動の振幅を計測された全ての高さにおいて求め、 y/H に対する分布を示した。以下に示す各量に対する図において、(a)図は一周期の z 方向平均値の鉛直分

布、(b)図は粗面中央 (Rough)、粗滑境界 (Boundary)、滑面中央 (Smooth) のそれぞれにおける鉛直分布、(c)図は3箇所の高さにおける横断分布、(d)図は変動の振幅の鉛直分布を表している。(a),(c),(d)図では図中にそれぞれの近似曲線を実線で示し、この近似曲線の数式を、表7. 2に整理した。なお、それぞれの変動の振幅は記号“<>”をつけて表している。

(1) 平均流速分布

平均主流速に関するそれぞれの分布図を図7. 11に示す。ただし、鉛直分布は片対数プロットとしている。(a)図より一周期の平均値は底面近くから水面まで片対数表示で直線分布をし、全体が対数則にしたがうことがわかる。

次に、(b)図より境界上の分布は全体に一つの直線上に乗るが、滑面上および粗面上では直線の傾きが、 $y/H \approx 0.4$ 付近で明らかに変化し、粗面上では急勾配から緩勾配へ、滑

表7. 2 各量の分布の近似式

各量	平均値の近似式 ($Y = y/H$)
U	$f_u(Y) = 0.138 \log(Y) + 0.9856$
u'	$f_{u'}(Y) = 0.09 \exp(-Y)$
v'	$f_{v'}(Y) = 0.036(1.1-Y)^{0.8}$
w'	$f_{w'}(Y) = 0.027(1-Y)^2 + 0.024$
$-\overline{uv}$	$f_{-uv}(Y) = 1.5(1-Y)$
$-\overline{uw}$	$f_{-uw}(Y) = 0$

各量	振幅の近似式 ($Y = y/H$)
U	$g_u(Y) = 0.125(1.1-Y)y^{0.8}$
u'	$g_{u'}(Y) = 0.070(\exp(-Y) - 0.819)(1.1-Y)$
v'	$g_{v'}(Y) = 0.044(\exp(-Y) - 0.819)(1.1-Y)$
w'	$g_{w'}(Y) = 0.054(\exp(-Y) - 0.819)(1.1-Y)^{1.8}$
$-\overline{uv}$	$g_{-uv}(Y) = 3.3(\exp(-Y) - 0.819)(1-Y)$
$-\overline{uw}$	$g_{-uw}(Y) = 1.6 \exp(-2Y)Y^{0.35}$

各量	各量の近似式 ($Y = y/H, Z = z/H$)
U	$U(Y, Z) = f_u(Y) + g_u(Y) \cos(\pi Z)$
u'	$u'(Y, Z) = f_{u'}(Y) + g_{u'}(Y) \cos(\pi Z)$
v'	$v'(Y, Z) = f_{v'}(Y) + g_{v'}(Y) \cos(\pi Z)$
w'	$w'(Y, Z) = f_{w'}(Y) + g_{w'}(Y) \cos(\pi Z)$
$-\overline{uv}$	$-\overline{uv}(Y, Z) = f_{-uv}(Y) + g_{-uv}(Y) \cos(\pi Z)$
$-\overline{uw}$	$-\overline{uw}(Y, Z) = f_{-uw}(Y) + g_{-uw}(Y) \sin(\pi Z)$

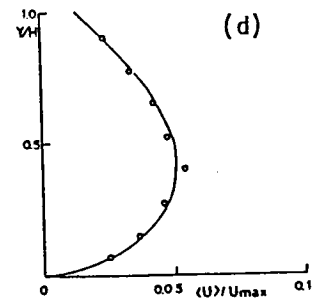
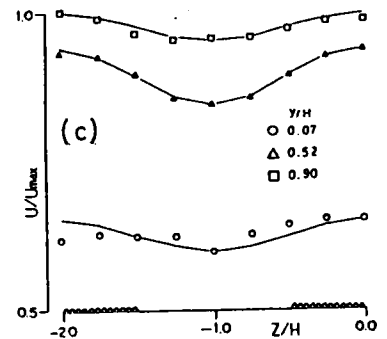
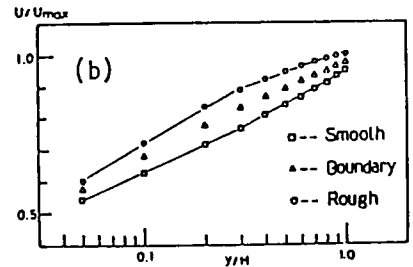
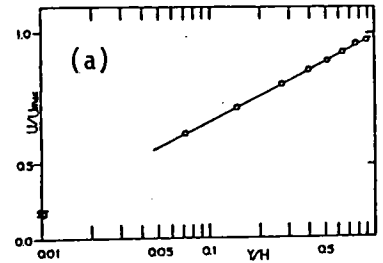


図7. 11 平均主流速の分布特性

面上では逆に緩勾配から急勾配へと変化する⁸⁾。これは、乱れの構造が底面側と水面側で異なっていることを示唆するものである。(c)図の横断方向分布を見ると、底面近傍ではやや適応性に欠けるが、それ以外ではほぼコサインジェネレイテッドカーブで近似できるようである。この振幅を見ると対数分布において屈曲の見られた $y/H=0.4$ 付近でピークを取り、底面および水面に近づくにつれて減少する(表7.2参照)。

(2) 乱れ強度分布

乱れ強度 u' 、 v' 、 w' に関する分布図を図7.12~7.14にそれぞれ示す。まず、一周期の平均値の鉛直分布はそれぞれ次のような普遍分布式に一致する。

$$u'/\bar{U}_x = A_{uv} \exp(-B_{uv}(y/H))$$

$$v'/\bar{U}_x = A_{vy} - B_{vy}(y/H)^2$$

$$w'/\bar{U}_x = A_{wy} \exp(-B_{wy}(y/H))$$

ここに \bar{U}_x は底面の平均摩擦速度であり、このそれぞれの係数については表7.2に示している。また、(b)図の境界上の分布はこの平均値とよく一致している。(b)図において特徴的なことはいづれも $y/H=0.2$ 付近で粗面上の分布と滑面上の分布が交わり、 $y/H \leq 0.2$ では粗面上の乱れが大きく境界の粗度条件に支配された特徴を示すが、 $y/H > 0.2$ では、逆に滑面上が大きくなり、二次流による乱れエネルギーの輸送の効果が支配的になっていると考えられる。ただし、この位置は流速勾配の変化する $y/H=0.4$ とは異なっている。次に、それぞれの横断方向の分布を見

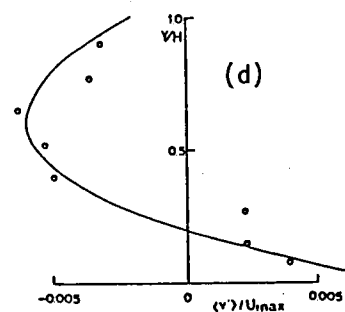
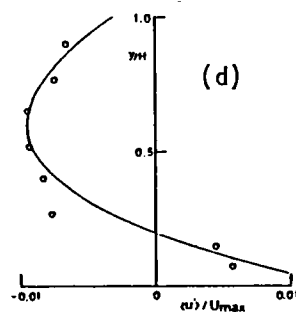
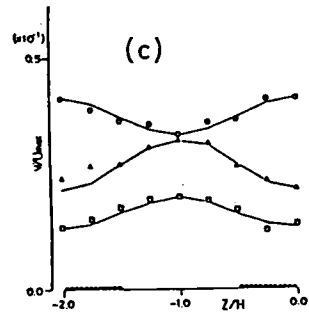
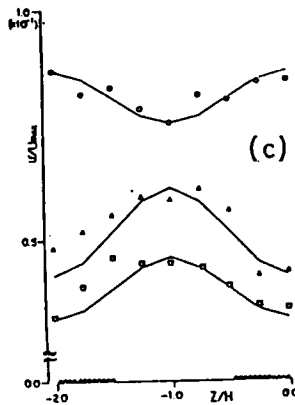
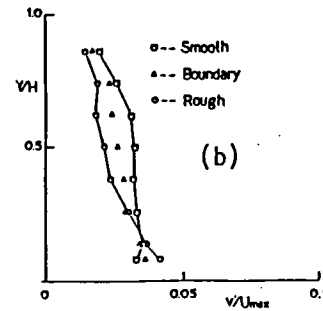
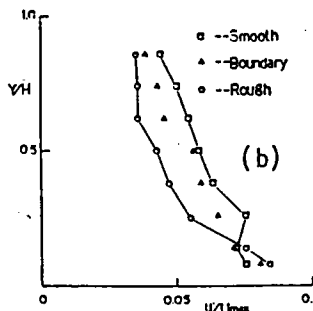
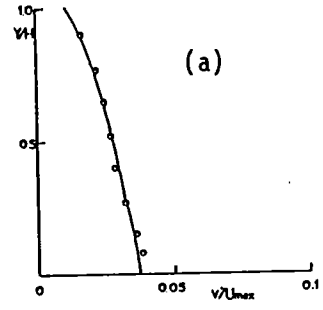
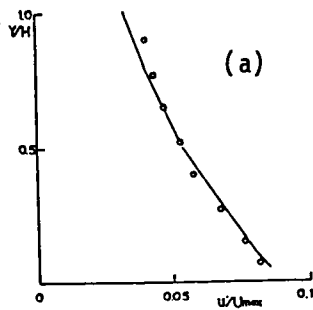


図7.12 乱れ強度 u' の分布特性

図7.13 乱れ強度 v' の分布特性

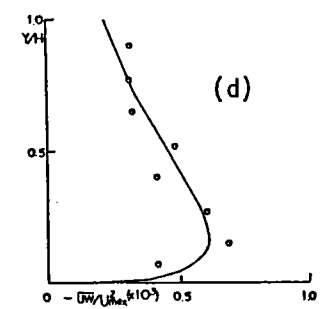
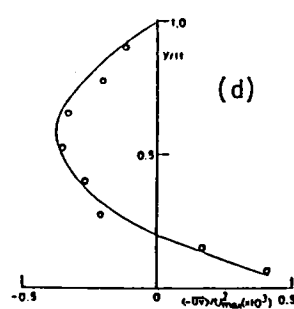
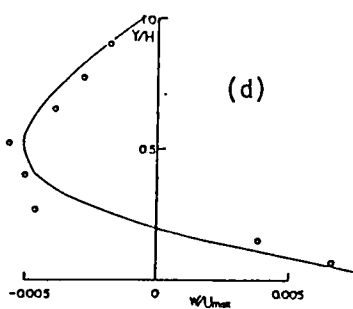
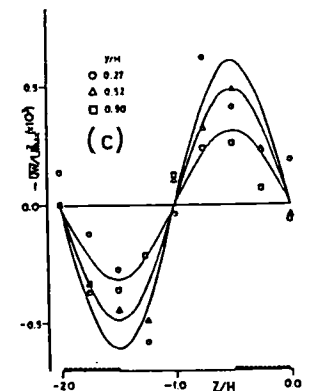
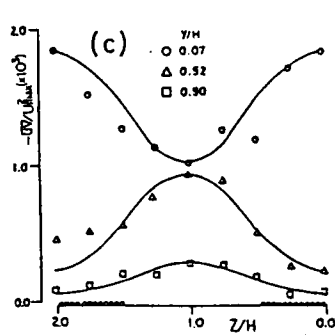
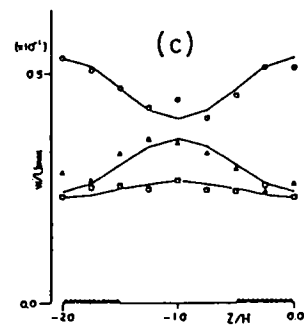
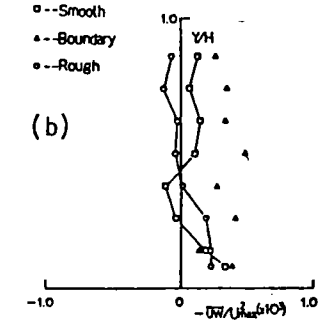
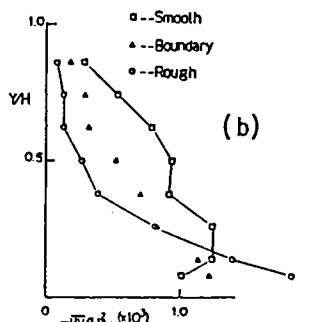
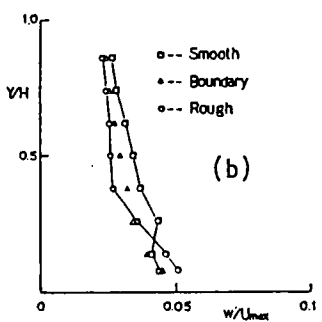
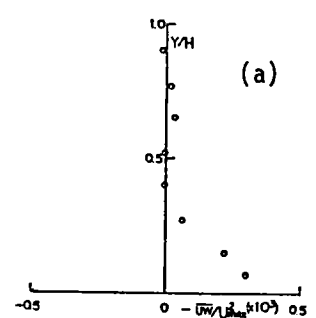
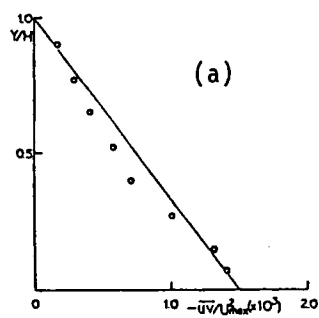
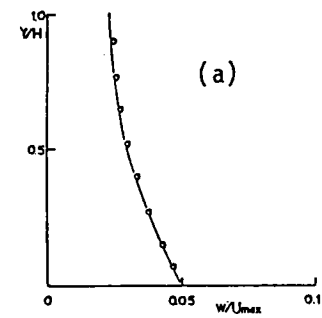


図 7. 14
乱れ強度 w' の分布特性

図 7. 15 レイノルズ応力
 $-\bar{u}\bar{v}$ の分布特性

図 7. 16 レイノルズ応力
 $-\bar{u}\bar{w}$ の分布特性

るといずれもコサインジェネレイテッドカーブでよく近似できる。振幅については $y/H=0.2$ 付近で当然符号が変わることになり、負のピークは u' 、 v' では $y/H \approx 0.6$ 付近に現れるが、 w' では $y/H=0.5$ 付近に現れており、水面付近での振幅が u' 、 v' に比べて小さいようである。

(3) レイノルズ応力分布

レイノルズ応力 $-\overline{uv}$ 、 $-\overline{uw}$ に関する分布図をそれぞれ図 7. 15、7. 16 に示す。 $-\overline{uv}$ の一周期の平均の分布は、中央高さ付近がややへこむものの、ほぼ二次元の場合と同様な直線分布を示している。また、 $-\overline{uv}$ は乱れ強度の分布と同様な傾向を示し、滑面上の分布と粗面上の分布が $y/H=0.2$ 付近で交わり、 $y/H < 0.2$ では粗面上が大きく、 $y/H > 0.2$ では滑面上が大きくなる。 $-\overline{uv}$ の横断方向分布を見るとやはり、コサインジェネレイテッドカーブでよく近似されるが、乱れ強度に比べて変動の振幅が相対的に大きい。この振幅の分布は u' の場合と同様に $y/H=0.2$ で符号を変え、 $y/H=0.6$ 付近でピークを取るが、水面でゼロになる点が異なる。

$-\overline{uw}$ は一周期の平均値は底面近くで大きいものの、それ以外ではほぼゼロ近くなる。 $-\overline{uw}$ は、平均値が対称性によってゼロになるはずであるが、底面付近では誤差の影響を受けやすくばらつきが大きくなるためにずれたと考えられる。また局所的な鉛直分布において鉛直方向の変化は小さい。横断方向の分布を見ると側壁から中央に向かって、粗面から滑面への境界部で負のピーク、滑面から粗面への境界部で正のピークを取ることがわかり、乱れ強度や $-\overline{uv}$ とは $1/4$ 波長の位相のずれがある。滑面中央の勾配が比較的急となる非対称な分布を示すが、壁から離れたところではサインジェネレイテッドカーブで近似されるようである。この横断方向分布の振幅の鉛直分布は底面近くで大きく水面に向かって緩やかに減少する傾向にある。

(4) 摩擦速度分布

局所的な摩擦速度は主流速 U の対数則分布から決定される。7. 2. 2 で述べたようにカルマン定数 $\kappa=0.33$ とし、粗面上は遷移領域にあるため、勾配のみを一致させる方法を取った。また、底面側と水面側で対数分布の勾配が急変するところでは、底面側の勾配から求めた摩擦速度を u_{x1} 、水面側の勾配から求めた摩擦速度を u_{x2} とした。壁面せん断応力に関するのはこのうち底面側の u_{x1} である。

図 7. 17 は、粗面中央、粗滑境界、滑面中央における u_{x2} による次式で示される速度欠損則を示したものである。

$$\frac{(U_0 - U)}{u_{x2}} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{H}{y} \quad (7.1)$$

ここに、 U_0 は各断面における水面での流速の外挿値である。粗面中央、滑面中央で $y/H=0.4$ 付近で傾きが変わることが明確にわかる。図 7. 18 に

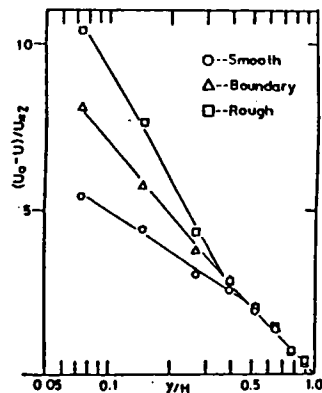


図 7. 17 速度欠損則

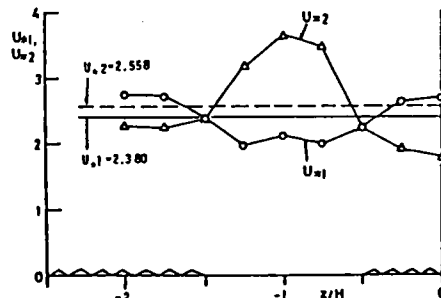


図 7. 18 摩擦速度分布

U_{x1} 、 U_{x2} の分布を示す。両者は全く逆の位相を示しており、 U_{x1} は粗面上で大きくなり U_{x2} は粗面上で小さくなる。 U_{x1} により決定される壁面せん断応力は粗面上で大きくなるが、 U_{x2} は底面から離れた領域の乱れの構造を特徴づける量と考えられ、 V の横方向の変動と同位相である。乱れ強度やレイノルズ応力 $-\overline{uv}$ にみられた特徴的な分布は、底面近くは U_{x1} に支配され、底面から離れたところでは U_{x2} に支配されると考えることができる。

7. 3 横断方向の河床高変化を伴う流れに関する実験

7. 3. 1 実験方法

実験は水路2を用いて行われた。移動床で形成される sand ridge を参考にして、上底 1cm、下底 2cm、高さ 0.5cm の台形断面を持つ棧型突起を図7. 19のように全水路長にわたって設置した。棧型突起の横方向の間隔は 8cmとし、これが水深の2倍になるように水深 $H=4\text{cm}$ の1通りだけとした。この場合側壁近くにおいて長方形断面のできる二次流の構造と対応するようになっている。実験条件を表7. 3に示す。また、計測点は図7. 20に示すように水路中央に対して対称に突起と突起の間に z 方向に 19点、 y 方向に 9点から 12点の計 197 点設けた。データのサンプリング周波数は 400 Hzで、データ個数は 20000個である。

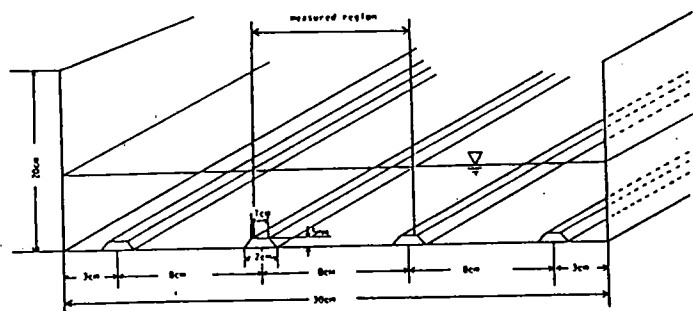


図7. 19 棧型突起配置図

表7. 3 実験条件表 (横断方向河床高変化)

CASE	Discharge Q (cm^3/s)	Flow depth H (cm)	Channel width B (cm)	Hydraulic radius R (cm)	Mean velocity U_m (cm/s)	Maximum velocity U_{max} (cm/s)	Reynolds number Re ($=4RU_m/\nu$)	Froude number Fr	Energy gradient le ($\times 10^{-3}$)
K	3907	4.00	30.0	3.16	33.48	39.53	1.22×10^4	0.535	1.129

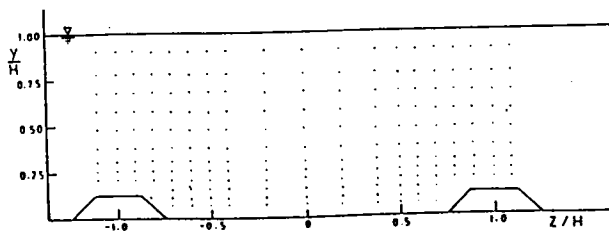


図7. 20 計測点

7. 3. 2 実験結果とその考察

(1) 二次流速分布

図7. 21に二次流ベクトル図を示す。以後、説明を簡略化するために棧型突起の上を凸部、その間の平坦部を凹部と呼ぶことにする。凸部上で強い上昇流が発生し、凹部全体の広い範囲で下降流が生じている。この渦の中心は突起から $0.25 \sim 0.3z/H$ の位置にあり非対称な渦構造となっている。底面近傍で突起に向かう流れと突起の上の上昇流が特に強く、突起の局所的な影響が強いと考えられる。古屋ら(1975)の角に沿う境界層の実験では、角から斜めに上昇する流れが生じ角柱の頂部面の中央では下降流が観察されている。また、中川博次ら(1982)²³⁾の同様な台形の突起がある管路流の実験で、突起の幅と配置を変化させたときに、幅の広い突起上においては下降流が発生することが示されている。これらの結果からこの二次流は角の局所的な影響が強いと考えられ、この局所的渦が水面にまで及ぶ渦に発達したものと推測される。したがって、この突起の形状が二次流の発生にある程度関係するものと思われる。

(2) 主流速分布

以下の特性量の検討においては、7. 2節と同様な観点に立って、(a)図に等値線、(b)図に鉛直分布、(c)図に横断分布、(d)図に横断方向変動の振幅の鉛直分布を示すこととする。ただし、(c)図の横断分布はその高さにおける平均値を引いた値の分布を示している。

図7. 22は平均主流速 U

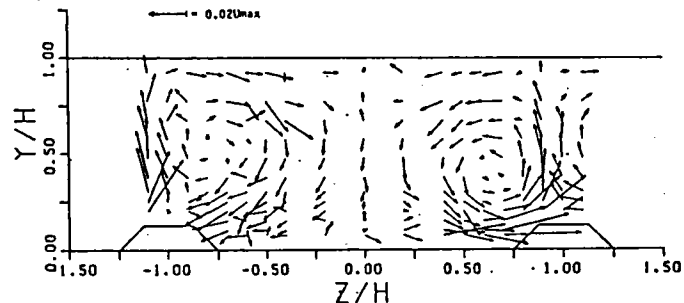


図7. 21 二次流ベクトル図

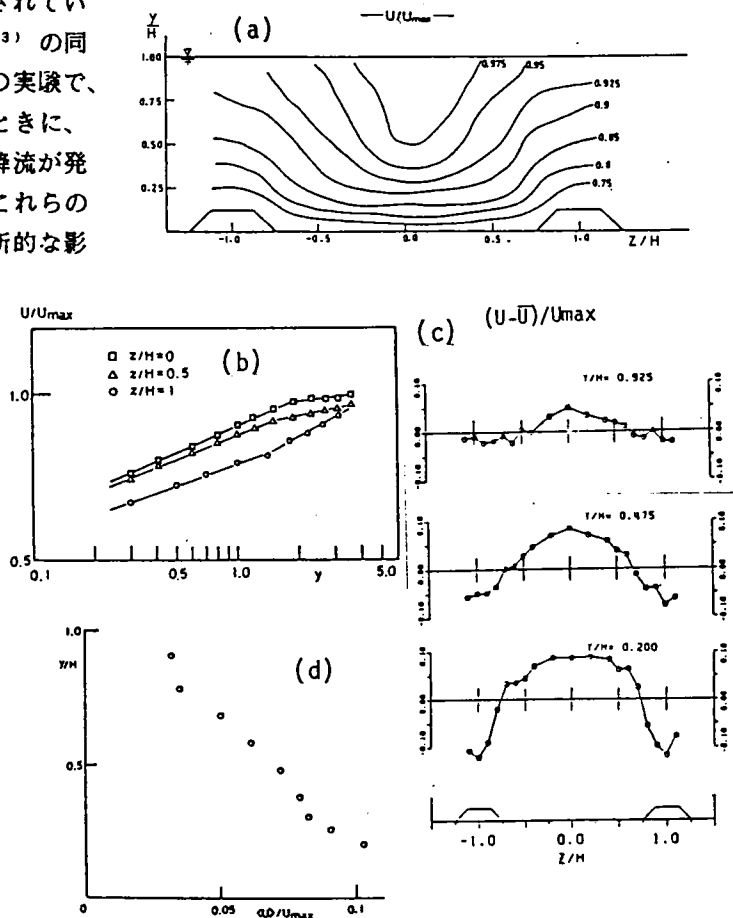


図7. 22 平均主流速 U の分布特性

に関するそれぞれの分布図である。ただし、鉛直分布は片対数プロットであり、 y' はそれぞれの底面からの高さである。まず、等値線から特徴を述べると、凸部上で低速、凹部上で高速となり、顕著な周期的な分布を示すが、低速領域が狭く、高速領域が幅広くなっている。そして、凹部底面近くでは、横方向にほとんど変化しない領域が存在し、この領域は壁から離れるにつれて狭くなっている。また、底面近傍の等値線間隔は凸部上で疎で凹部上で密となっている。この特徴は棧型突起の設置による河床高の変化に加えて、二次流による運動量輸送の効果があることを意味している。凹部の $y/H > 0.5$ では流速の y 方向の変化が小さくほぼ一定となっていることがわかる。この $z/H = 0, 0.5, 1.0$ における鉛直分布をみると、棧型突起の上でも頂面からの高さに対して対数則が成立することがわかる。ただし、7. 2 節の L 1 0 1 と同様に直線の傾きが途中で変化している。すなわち、上昇流部では緩勾配から急勾配へ、下降流部ではその逆となっている。この変曲点の高さは $y/H = 0.5$ 付近で、突起の影響が大きいいためか、L 1 0 1 の場合の $y/H = 0.4$ よりも上となっている。

次に、横断方向の分布をみると、底面近くでは棧型突起による局所的な減速によって突起上が急に落ち込んだ分布となっているが、壁から離れるにつれてサインジェネレイテッドカーブに近くなっている。この変動の振幅

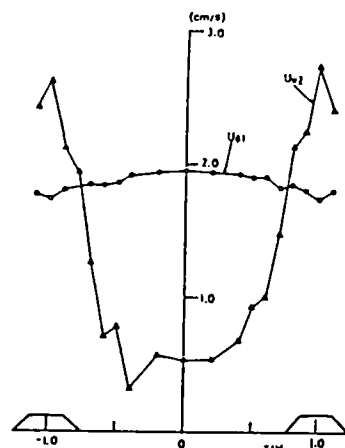


図 7. 23 摩擦速度分布

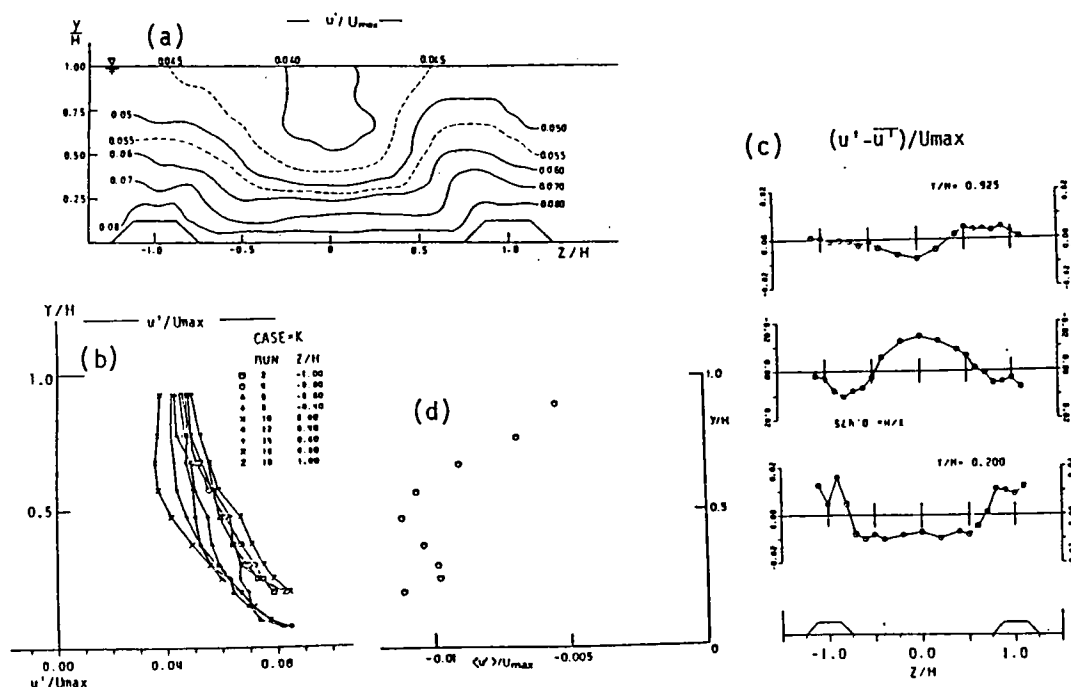


図 7. 24 乱れ強度 u' の分布特性

は突起の頂部より上の位置についてのみ示しているが、突起近くではL101の場合に比べてかなり大きな振幅となるが、 $y/H \geq 0.5$ の領域ではL101と同程度になることがわかる。したがって、 $y/H \geq 0.5$ では底面の局所的な状況に影響されず二次流の影響のみが現れていると考えられる。二次流の大きさはL101とKの両ケースでほぼ同じであったから、二次流の主流に及ぼす影響の程度はほぼ一定であると考えられる。

次に、壁面近くと水面近くの両方において対数則および速度欠損則を適用してそれぞれの摩擦速度 u_{x1} 、 u_{x2} を求めた。この分布を図7.23に示す。 u_{x1} は底面のせん断応力を示すものであるが、これは凹部上で大きく凸部上で小さくなり、この場合も上昇流部で u_{x1} は減少し、下降流部で大きくなるという関係が成立している。また、 u_{x2} については u_{x1} と逆位相となり上昇部で大きくなっている。この値は7.2節で述べたと同様に二次流の影響を表すものと考えられる。

(3) 乱れ強度分布

図7.24から7.26はそれぞれ乱れ強度 u' 、 v' 、 w' の分布を示す。いずれも凸部上で乱れが大きく凹部上で小さく、等値線の形状は主流速 U のものと類似している。ここでもやはり凸部上の高乱れ領域は狭い範囲に存在し、凹部底面近傍には横方向にほとんど一定な領域が存在している。また u' は棧型突起の角部の方が大きく、頂部上では小さくなる傾向にある。次に(b)図の鉛直分布をみると、底面近くでは凸部上の分布は凹部上の分布を上へ平行移動した形となっていて、凸部近傍では凹部上の分布から凸部上の分布へと順次遷移しているようすがわかる。また、 u' 、 w' の凹部の $y/H > 0.5$ では y 方向の変化が小さくほぼ一定となっているのに対し、 v' は水面に向かって減少し、その勾配は水面近傍の方が大きいことがわかる。これは開水路流の特徴である。(c)図の横断分布では底面近くでやはり局所的に突起の角の部分が大きくなっているが、水面近くではサインジェネレイテッドカーブに近づく。(d)図の振幅は U についてと同様に、 $y/H \geq 0.4$ でほぼL101の場合と同程度であるが、底面近くではこれよりも大きくなる。したがって、L101でみられた振幅の符号の変化はこの範囲ではみられないが、突起の頂部ごくごく近傍では乱れはゼロに近づくはずであるからこのような高さにおける横断分布は位相が逆転するであろう。また、ここでも w' の水面近くでの振幅が他に比べて小さいことがわかる。

(4) レイノルズ応力分布

図7.27に $-\overline{uv}$ の分布を、図7.28に $-\overline{uw}$ の分布をそれぞれ示す。 $-\overline{uv}$ は乱れ強度と同様に凸部上で大きくなり、その他の特徴もよく一致している。しかし、凹部水面付近で負の領域が現れる。この領域で $\partial U / \partial y$ の実験値は負になっていなが、この部分は $\partial U / \partial y$ の値自体が非常にゼロ近く、また $-\overline{uv}$ の値も小さいことから少しの誤差でも計測値に大きな影響を及ぼすため明確なことは言えない。 $-\overline{uw}$ は棧型突起中央及び凹部中央の鉛直線に沿ってゼロとなり、棧型突起に対して正の方向に正值の領域、負の方向に負値の領域が現れ、これは二次流の構造とよく一致している。また、棧型突起の角部に各々の極値が現れており、この領域では底面近くが大きくなっているが、その他では鉛直方向の変化率は小さい。 $-\overline{uv}$ の特徴についてみると、鉛直分布は凸部上では比較的直線的であるが、凹部では下に凸な曲線分布となっている。横断分布は、水面近くの変動が小さくなることを除いてほぼ乱れ強度 u' の分布と同様のことが

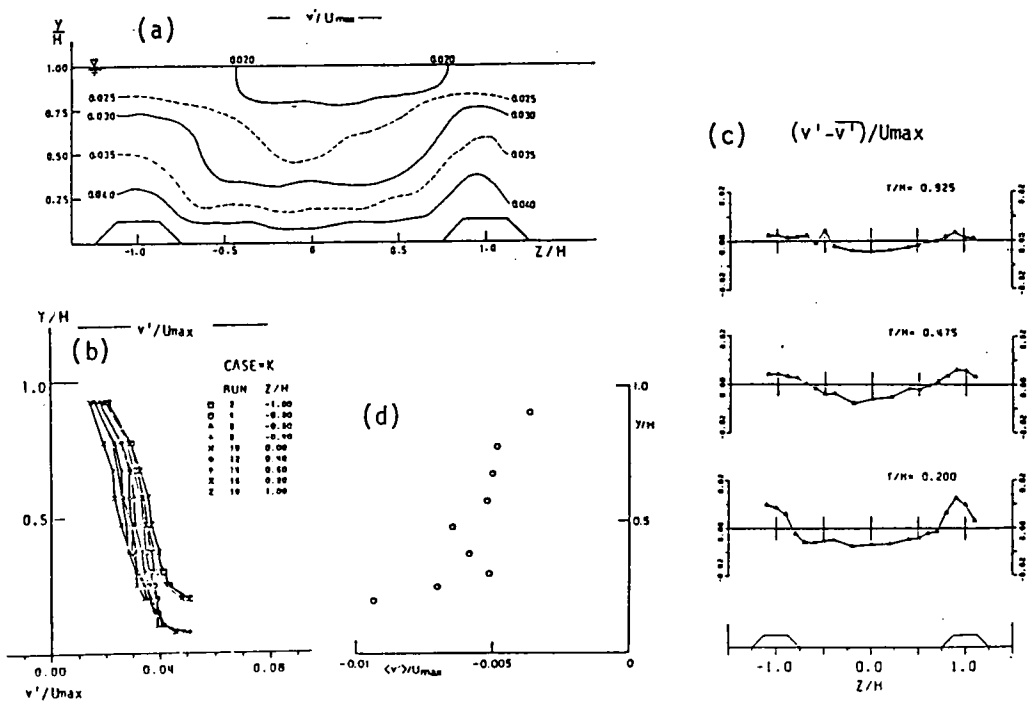


図 7. 2 5 乱れ強度 v' の分布特性

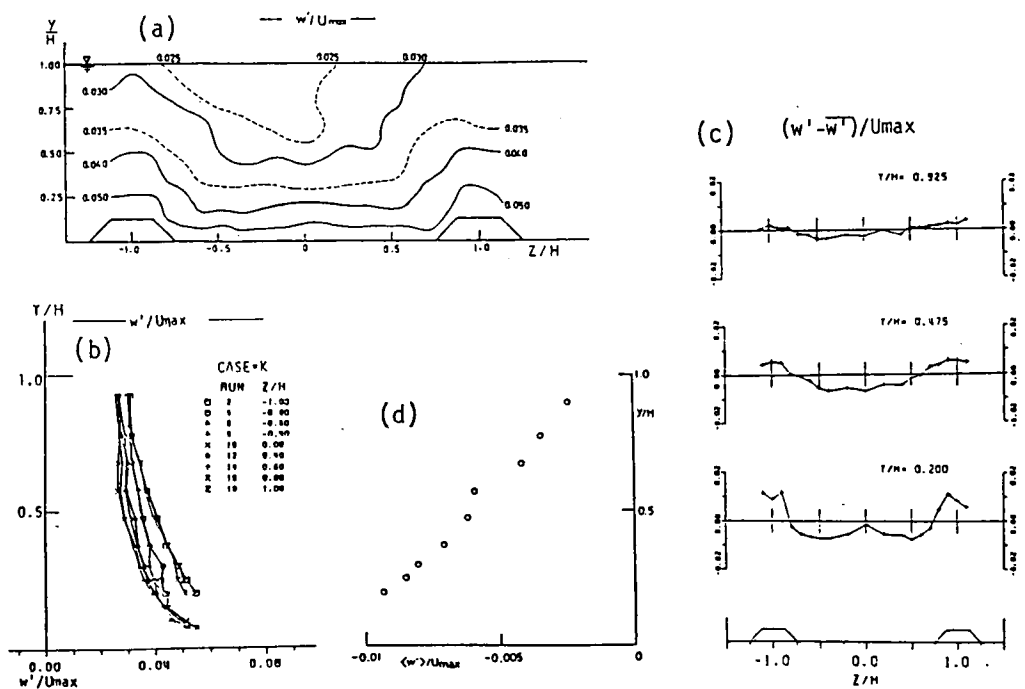


図 7. 2 6 乱れ強度 w' の分布特性

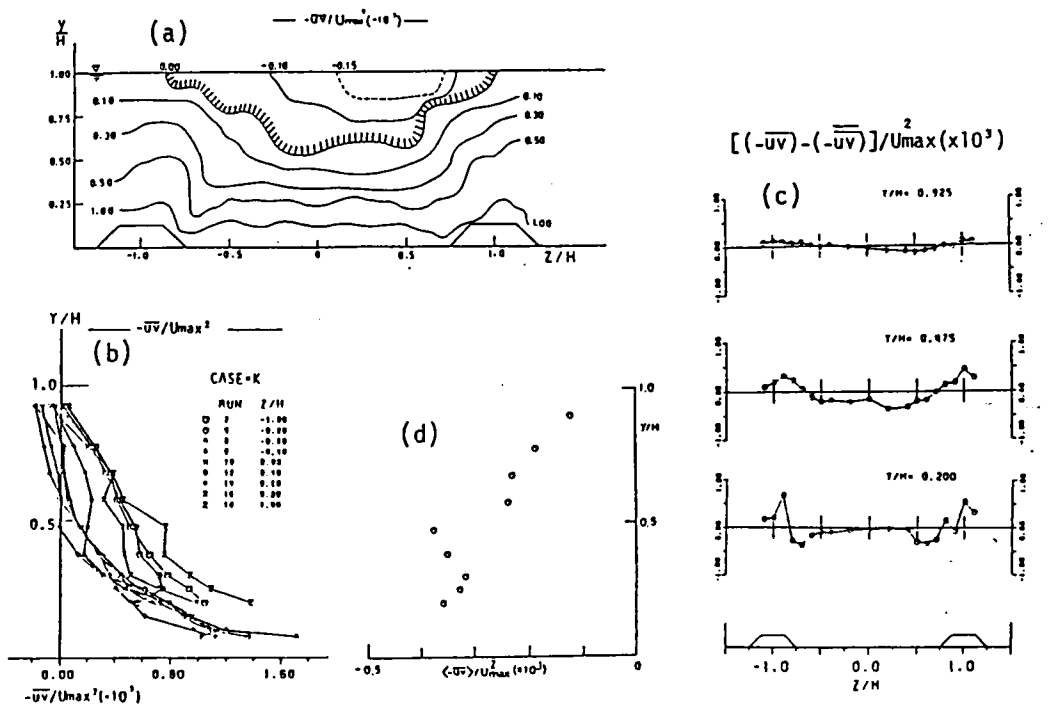


図 7. 27 レイノルズ応力 $-\overline{uv}$ の分布特性

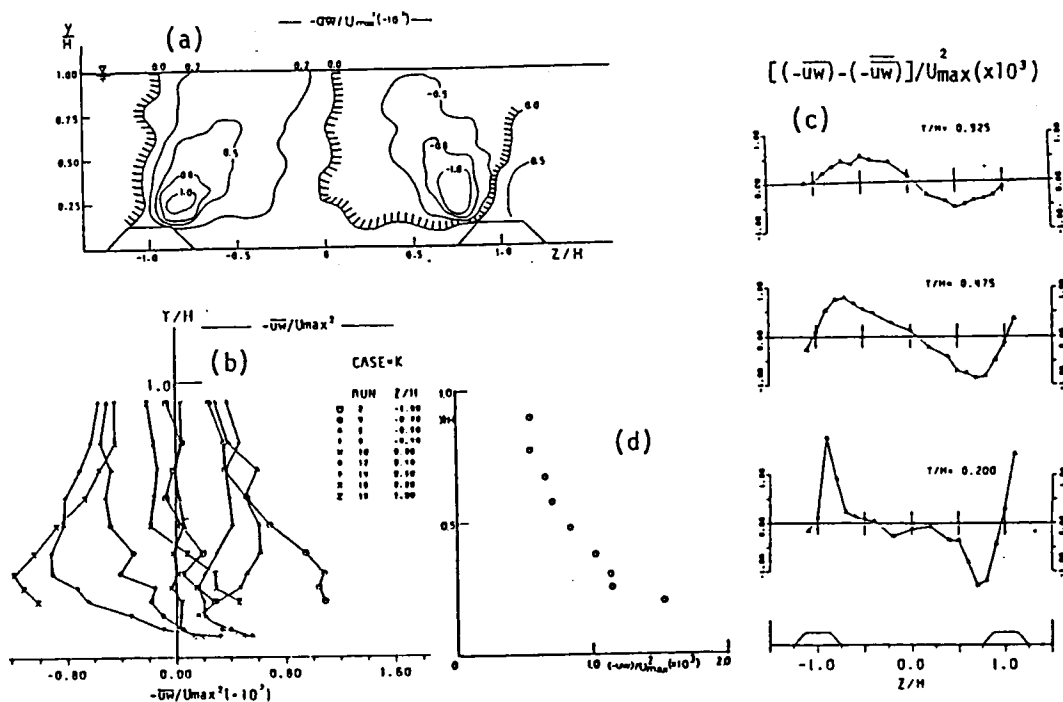


図 7. 28 レイノルズ応力 $-\overline{uw}$ の分布特性

いえ、振幅の鉛直分布も同様の傾向がある。

$-\overline{uv}$ の横断分布は、他の分布とは位相が 90° ずれていて、突起の右側で正のピーク、左側で負のピークをとる。これも底面近くでは局所的に急激な変化を示すが、壁から離れると、凸部上で勾配が大きく凹部上で勾配の小さなこぎり型の分布を示し、水面近くではサインジェネレイテッドカーブに近い分布となり変動は大きい。この振幅はやはり底面近くが大きく、 $y/H \geq 0.4$ でも $L/10$ に比べて若干大きいと同オーダーと考えてよい。

7. 4 結言

この章では、側壁の存在が直接影響しない、河床形状によって決まる二次流を取り扱った。実験は実際に観察された現象を基に、横断方向に粗度が変化する流れと、河床高が変化する流れを設定し、発生する二次流の構造とその主流の乱流構造に及ぼす影響を明らかにした。その結果、前者においては粗面上で下降し滑面上で上昇する二次流が、後者では凸部上で上昇し凹部上で下降する二次流が形成されることがわかった。主流速、乱れ強度、レイノルズ応力はこの二次流の影響を受けて横断方向に周期的な分布を示し、二次流の上昇流部で主流速は減速、乱れ強度とレイノルズ応力 $-\overline{uv}$ は増大し、下降流部ではこの逆となる。レイノルズ応力 $-\overline{uw}$ はこれらの変動とは位相が 90° ずれ、境界部分で極値をとる。そしてこれらの横断方向の変動の振幅が示された。底面のせん断応力は、上昇流部で減少し下降流部で増加していることがわかった。後者については底面の境界条件の特性から局所的な効果が強く、二次元流れとの比較が少々複雑になる。これに対して前者では横断方向に底面の高さが変化しないこと、および特性量の周期的な分布が得られ関数近似が容易であることなどから二次元流れとの比較が容易である。このため、この結果を用いて第9章において流れの内部構造の詳細な検討を行うことにする。また、バースティング現象に及ぼす二次流の効果については、粗面流れにおけるバースティング現象が未だ明らかでないから、横断方向に河床高の変化する流れのケースが明確な比較が可能と考えられるので第10章において、この結果の瞬間流速変動を用いて解析、検討を行うことにする。

参考文献

- 1) 村本嘉雄、河田恵昭、布村明彦：砂礫河川の掃流砂に関する基礎的研究、京都大学防災研究所年報、第20号B-2、pp.451-473、1977
- 2) Karcz, Z.: Secondary currents and the configuration of a natural stream bed, Journal of Geoph. Research, vol.71, pp.3109-3116, 1966
- 3) Allen, J.R.L.: Process of sedimentation, Elsevier, 1970
- 4) 森明巨、黒木幹雄、岸力：開水路で見いだされた二次渦に関する実験、土木学会第26回年次学術講演会講演概要集、第2部、II-107、1971

- 5) Möller, A.: Effect of secondary flow on turbulence in an open channel flow, Hydraulic Problem Solved by Stochastic Methods, part 1, No.3, pp.47-68, 1978
- 6) 木下良作: 洪水と流路形態の現地観測、水工学夏期研修会講義集 A-7, pp.1-17, 1978
- 7) 今本博健、宇民正、上野鉄雄、日紫喜剛啓、仲井公哉: 開水路流れの大規模乱流構造と構造物周辺の局所流との関連について、京都大学防災研究所年報、第22号 B-2, pp.469-489, 1979
- 8) 中川、瀬津、富永; 各種河床条件における縦渦を伴う流れの乱流構造、京大防災研究所年報第24号B-2、pp.315-338, 1981
- 9) Möller, A. & Studerus, X.: secondary flow in an open channel, Proc. XVII IAHR Congress, Cagliari, vol.3, pp.19-24, 1979
- 10) Studerus, X.: Sekundär Strömungen im offenen Gerinne über rauchen Langs-streifen, R19-82, Institut für Hydromechanik und Wasserwirtschaft Eidgenossische Technische Hochschule, Zürich, 1982
- 11) 中川博次、瀬津家久、富永晃宏; 開水路における横方向の渦構造と大規模乱流、土木学会論文報告集第312号、pp.93-105, 1981
- 12) 中川、瀬津、富永; 二次流を伴う流れの乱流構造、第26回水理講演会論文集、pp.469-474 1982
- 13) Nakagawa, H., Nezu, I. and Tominaga, A.: Turbulent Structure With Longitudinal Secondary Flow, Journal of Hydro science and Hydraulic Engineering, vol.1, No.1, April, pp.75-82. 1983
- 14) 中川、瀬津、富永; 直線状ダクトに見られる二次流（並列らせん流）の乱流構造、第13回乱流シンポジウム論文集、pp.150-154, 1981
- 15) 古屋善正、中村育雄、宮田勝支、福与豊: 角に沿う乱流境界層（正方形断面の角柱の場合）日本機械学会論文集（第2部）、41巻350号、pp.2878-2886, 1975
- 16) 古屋善正、中村育雄、宮田勝支、山康博: 角に沿う乱流境界層（長方形断面の角柱の場合）日本機械学会論文集（第2部）、42巻359号、pp.2091-2099, 1976
- 17) Elder, J.W.: J. Fluid Mech., vol.5, pp133-153, 1960
- 18) Hinze, J.O.: Experimental investigation of secondary currents in the turbulent flow through a straight conduit, Appl. Sci. Res. 28, pp.453-465, 1973
- 19) 富永、中村、高橋; 縦筋河床上の三次元乱流構造について、土木学会第13回関東支部技術研究発表会講演概要集、pp.66-67, 1986
- 20) 富永、江崎、中村; 運動方程式に基づく二次流のある流れの内部構造の検討、土木学会第41回年次学術講演会講演概要集、第2部、pp.271-272, 1986
- 21) Antonia, R.A. and Luxton R.E.: The response of a turbulent boundary layer to a step change in surface roughness, J. Fluid. Mech. vol.48, pp.721-761, 1971
- 22) 瀬津家久; 開水路の乱流構造に関する基礎的研究、京都大学学位論文、1977
- 23) 中川、瀬津、富永、大石; 直線開水路流れにおける並列らせん流の乱流構造について、土木学会関西支部年次学術講演会講演概要集、II-40, 1982

- 24) 富永、中川、棚津；開水路流れの縦渦構造とその空気流実験との相似性について、土木学会第37回年次学術講演会講演概要集、第2部、pp.473-474, 1982

第8章 乱れに起因する二次流の発生機構 に関する数値シミュレーション

8. 1 緒言

2. 2章で見てきたように、乱れに起因する二次流の発生原因は垂直応力の差($\bar{w}^2 - \bar{v}^2$)の非一様な分布にあると考えられる。最近では、三次元の乱流の数値計算において二次流を正確に予測できることが必要条件になっている。

渦動粘性係数を等方的と考え、この仮定を垂直応力に適用すると、二次流の発生原因である($\bar{w}^2 - \bar{v}^2$)の項がゼロになってしまうため、($\bar{w}^2 - \bar{v}^2$)をそのままモデル化するかまたは何らかの非等方性を導入しなくてはならない。この渦動粘性モデルでは、渦動粘性係数を予め与える必要があるが、一般的に与えることは困難である。そこで登場したのが、 $k \cdot \varepsilon$ モデルであり、これは渦動粘性係数 ν_t を乱れエネルギー k と逸散率 ε を用い、

$$\nu_t = C_\mu \cdot k^2 / \varepsilon \quad (C_\mu \text{は定数})$$

のように表し(粘性逸散率 ε と紛らわしいため、渦動粘性係数を ν_t と書く)、 k と ε を新たに未知量として加え、これらの輸送方程式から ν_t を計算することによって与えるというものである。この方法でもやはり、等方的渦動粘性係数を使えば先述のように二次流が発生しないことになり、これを補うために、代数的な応力モデルが用いられている。これによって管路流の計算をした例として Launder and Ying(1973)¹⁾、Gessner and Emery(1979)²⁾等いくつかの研究があるが、Naot and Rodi(1982)³⁾はこのモデルを開水路流に対して適用した。Naotらは、開水路特有の自由水面の効果をシミュレートすることによって管路流と開水路流で二次流のパターンが大きく異なることを示した。この計算例を図8. 1に示す。しかし、この計算結果を

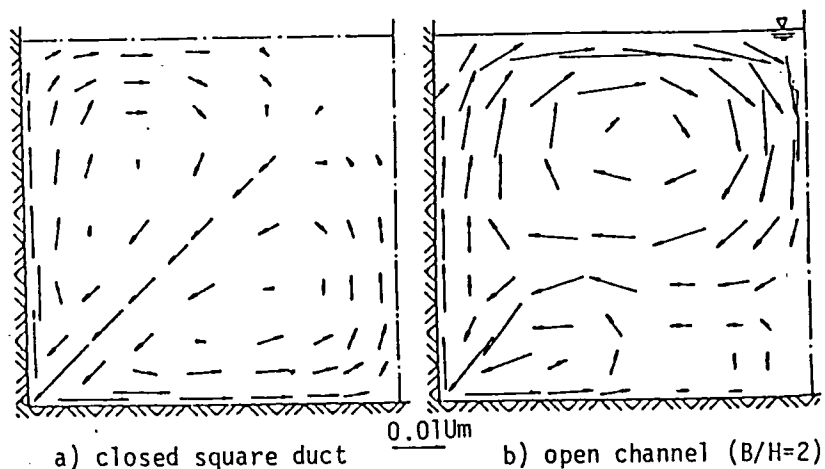


図8. 1 管路流と開水路流の二次流の計算例 (Naot and Rodi³⁾による)

検証するような実験値が不足しており、開水路での精度のよい実験が望まれている。またNaot (1984)⁴⁾は、境界粗度の分布が非一様な場合の計算を行い粗度の配置に伴う二次流や乱流構造の変化特性を予測している。更に、レイノルズ応力の輸送方程式をすべて解くという応力モデルによる計算も行われている^{5), 6)}。

これらの数値計算では種々の仮定が含まれ、実験定数も数多く含まれている。Nakayama and Chow(1983)⁷⁾は、長方形及び台形の管路流において同様のモデルによる計算を行い、結果はある程度実験値を再現するけれども、その過程にある $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の分布はあまり実験値に一致しているとはいえないことが示された。いづれにしてもまず、 $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の分布と二次流の関係を明らかにしておく必要があると考えられる。この点を考慮して、本章では実験で得られたこの $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の分布をに基づいてシミュレーションを行い、数値計算によって二次流の発生機構を確かめるとともに、実験で得られた二次流構造の妥当性を検証するものである。ここでは、実験として滑面の長方形断面の空気管路流および開水路流、台形断面開水路流そして横断方向に粗度の変化する流れの場合について検討を行う。

8. 2 基礎式

乱れに起因する二次流の発生は、x方向の渦度方程式で説明される。ここでは、重要でないと考えられる項を無視した式(2.22)を基礎式とする。レイノルズせん断応力 $-\overline{vw}$ に渦動粘性モデルを用い、式(2.30)で表し、渦動粘性係数 ϵ_{yz} は空間的に変化するものとする。また、二次流速 V, W は流れ関数 ψ を用いて(2.32)のように表すと式(2.22)は式(2.33)と同一の次式となる。

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \epsilon_{yz} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) \\ & + \epsilon_{yz} \left(\frac{\partial^4 \psi}{\partial y^4} - 2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial z^4} \right) = - \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\bar{w}^2 - \bar{v}^2) \end{aligned} \quad (8.1)$$

ここで、 ϵ_{yz} に関しては $-\overline{vw}$ の実測が困難であるためほとんどわかっていないのが現状である(楢津家久、中川博次(1982)⁸⁾は風洞実験において実測しているが、これから ϵ_{yz} の分布を求めるのは困難である)。したがってこれには ϵ_{xy} と同様な放物型の分布として、この大きさは二次流の計算値が実測値に一致するように適宜定めるものとする。二次流の構造を決定するのは $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の分布であり、これを二次流の発生項と呼ぶことにする。これについては次節において実験値から検討する。

8. 3 乱れ強度 v' 、 w' の分布特性

まず、第4章の長方形断面における空気管路流の実験結果と開水路流の結果を比較し、自由水面の効果を明らかにする。図8. 2、8. 3はそれぞれ空気管路流と開水路流の乱れ強度 v' 及び w' の鉛直分布の一例であり、潤辺平均の摩擦速度 \bar{u}_* で無次元化している。管路流では v' 、

w' とも側壁の影響を受けない水路中央付近では、次の式で近似される。

$$v'/\bar{U}_x = A_{vy} \exp(-B_{vy}(y/H)) \quad (8.2)$$

$$w'/\bar{U}_x = A_{wy} \exp(-B_{wy}(y/H)) \quad (8.3)$$

この場合、 $A_{vy}=1.15$ 、 $B_{vy}=0.69$ 、 $A_{wy}=1.45$ 、 $B_{wy}=0.92$ となり、アスペクト比が特に小さくない場合は全てのケースでほぼ普遍的に表される。これは、橋津の普遍分布式⁹⁾

$$v'/\bar{U}_x = 1.27 \exp(-y/H)$$

$$w'/\bar{U}_x = 1.63 \exp(-y/H)$$

と比べて底面近くの値が小さくなっているが傾向は一致する。次に開水路流においては、 w' については(8.3)と同様の形式で表すことができ、 $A_{wy}=1.40$ 、 $B_{wy}=0.90$ となり、ほぼ管路流の場合と一致する。しかし、 v' については分布の傾向が異なり、(8.2)式と比べて底面近くおよび水面近くで小さな値となり、特に水面近くでの減少が著しい。従って開水路における v' の分布を次のように近似する。

$$v'/\bar{U}_x = A_{vy} - B_{vy}(y/H)^2 \quad (8.4)$$

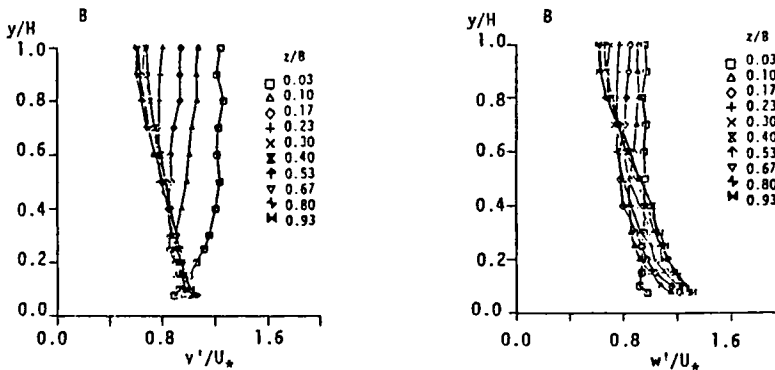


図 8. 2 乱れ強度 v' 、 w' の鉛直分布（長方形管路）

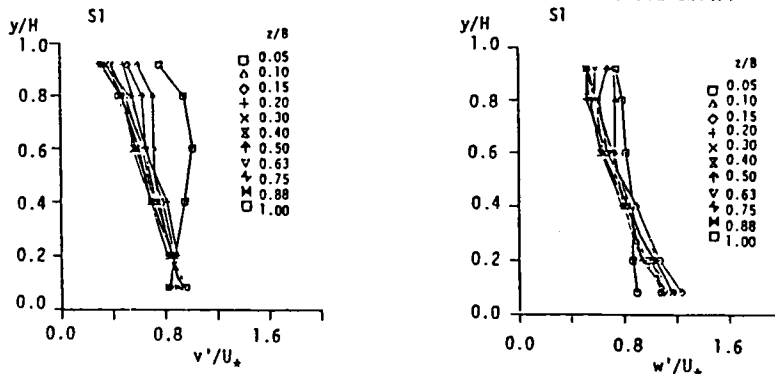


図 8. 3 乱れ強度 v' 、 w' の鉛直分布（長方形開水路）

ここで、 $A_{vy}=0.9$ 、 $B_{vy}=0.7$ が実験値とよく一致する。開水路では v' は自由水面によって抑制されるためと考えられ、この v' の分布が管路流と開水路流の大きな相違点と考えられる。また、側壁近くの分布を見ると、 w' は水面近くで若干増大するのに対して、 v' はやはり減少し、減少率も水路中央より大きくなっている。したがって、二次流による影響も水面近くでは w' と v' では異なるものと考えられる。次に、台形断面の結果については次のように η 、 ξ 座標系に変換して検討する。

$$\begin{aligned} \eta &= y/H \\ \xi &= (B/2 - z + my)/(B/2 + my) \end{aligned} \quad (8.5)$$

ここで m は $(1/\tan\theta)$ であり、台形の場合の z は水路中央が原点となっている。この η 方向の v' 、 w' の分布の一例を図 8. 4 に示す。これは長方形断面の場合とほぼ同様な分布を示し、同様の近似式が η 、 ξ 座標系において適用できることがわかる。ただし側壁傾斜角の変化によって v' 、 w' の側壁近傍の値が変化する。すなわち、側壁傾斜角 θ が小さくなるにつれて v' は小さくなり、 w' は大きくなることは第 5 章ですでに述べたとおりである。また、側壁近くでは v' も w' も水面近くで減少する傾向にあり、長方形の場合と異なっている。

また、横断方向に粗度が変化する流れにおいては、側壁の影響がない領域で横断方向に平均した分布について第 7 章ですでに検討しているが、 v' および w' とそれぞれ (8.4) および (8.3) と同様に表すことができることが示されている。

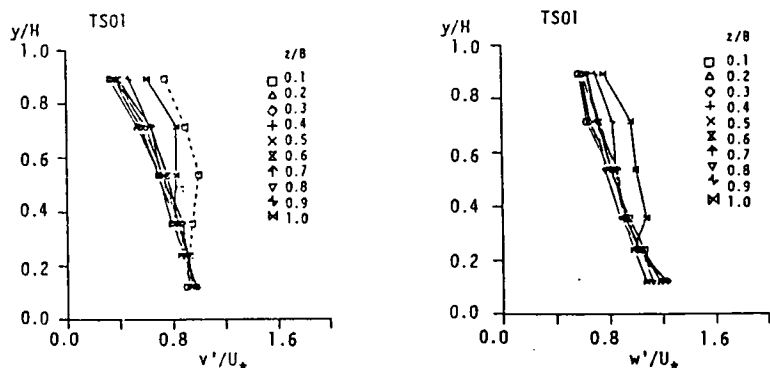


図 8. 4 乱れ強度 v' 、 w' の鉛直分布 (台形開水路)

8. 4 二次流の発生項 ($w^2 - v^2$) の分布

(8.1) 式の右辺の被微分項の $(\overline{w^2} - \overline{v^2})$ の分布について実験値から検討する。この長方形断面の空気管路流および開水路流の等値線図の一例を図 8. 5、8. 6 に示す。管路流ではコーナーの角の二等分線に対して絶対値が対称な分布を示し、底面側が正、側壁側が負となっている。開水路流ではコーナーのごく近傍を除いて対称性が崩れて、負の領域は側壁近傍だけとなり、水面近くが正の大きな値をとる。この違いは図 8. 7 に示した鉛直分布を見るとより明かとな

る。すなわち、管路流では底面から水面に向かって単調に減少するが、開水路流では水面に向かって一旦減少し、 $y/H=0.6$ 付近で極小となった後、再び増大する。これは先に述べた v' の水面での抑制作用によるもので、この分布の違いが管路流と開水路流の二次流の差異を本質的に決定づけるものと考えられる。

次に台形断面の側壁傾斜角 $\theta = 60'$ 、 $44'$ および $32'$ の $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の等値線を図8. 8に示す。台形断面の中央領域では底面近くで大きな値をとり、 $y/H \approx 0.7$ 付近で最小値をとった後、水面で再び増大する特性を示し、この特性は長方形断面と同様である。 $\theta = 60'$ の場合、負の領域が側壁に接して存在している。 $\theta = 44'$ では負の領域が縮小し、側壁のごく近傍では正となる。 $\theta = 32'$ では負の領域が消滅し、側壁近くで値は増大し、最小値を示す領域が水路中央側へ移動している。このような傾斜角による $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の変化特性は、傾斜側壁と底面および水面との境界条件の違いによって生じたものであり、先述の乱れ強度の異方性により台形特有の二次流構造が生じたものと考えられる。

次に、横断方向に粗度の変化する流れにおける $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の等値線を図8. 9に示す。また、この鉛直方向の分布を図8. 10に示す。この鉛直方向の分布は長方形断面の場合と同様な分布を示す。この極小値をとる位置は、粗面上では $y/H=0.4 \sim 0.5$ 付近、滑面上では $y/H=0.6$ 付近である。 $y/H \leq 0.2$ では粗面上が大きく、一方、 $0.2 \leq y/H \leq 0.5$ では滑面上が大きく、 $y/H \geq 0.5$ ではまた粗面上が大ききという複雑な分布を示す。

8. 5 二次流の発生項のシミュレーション

二次流発生項の実験値は \bar{v}^2 と \bar{w}^2 が同時に計測されたものでないこともあって、かなりばらつくため、これをそのまま数値的に微分することは誤差が大きくなり解析が困難である。そこで、8. 3節で得られた v' 、 w' の分布をもとにして以下のようなモデル化を行った。

a) まず、二次元流れにおける底面上の v' 、 w' の η 方向の分布は(8.2)から(8.4)を用いて次のように仮定できる。

$$v'_1(\eta) = U_{xb} (A_{vy} - B_{vy} \eta^2) \quad (\text{開水路}) \quad (8.6)$$

$$v'_1(\eta) = U_{xb} \{A_{vy} \cdot \exp(-B_{vy} \eta)\} \quad (\text{閉管路}) \quad (8.7)$$

$$w'_1(\eta) = U_{xb} \{A_{wy} \cdot \exp(-B_{wy} \eta)\} \quad (8.8)$$

ここに、 $\eta = y/H$ 、 U_{xb} は底面の平均の摩擦速度である。

b) 次に、側壁からの ξ 方向の基本分布を次のように仮定する。ここに長方形では $\xi = z/H$ であり、台形では(8.5)式で表されるものである。

$$v'_2(\xi) = U_{xb} \cdot f_v \{A_{vz} \cdot \exp(-B_{vz} \xi)\} \quad (8.9)$$

$$w'_2(\xi) = U_{xb} \cdot f_w \{A_{wz} \cdot \exp(-B_{wz} \xi)\} \quad (8.10)$$

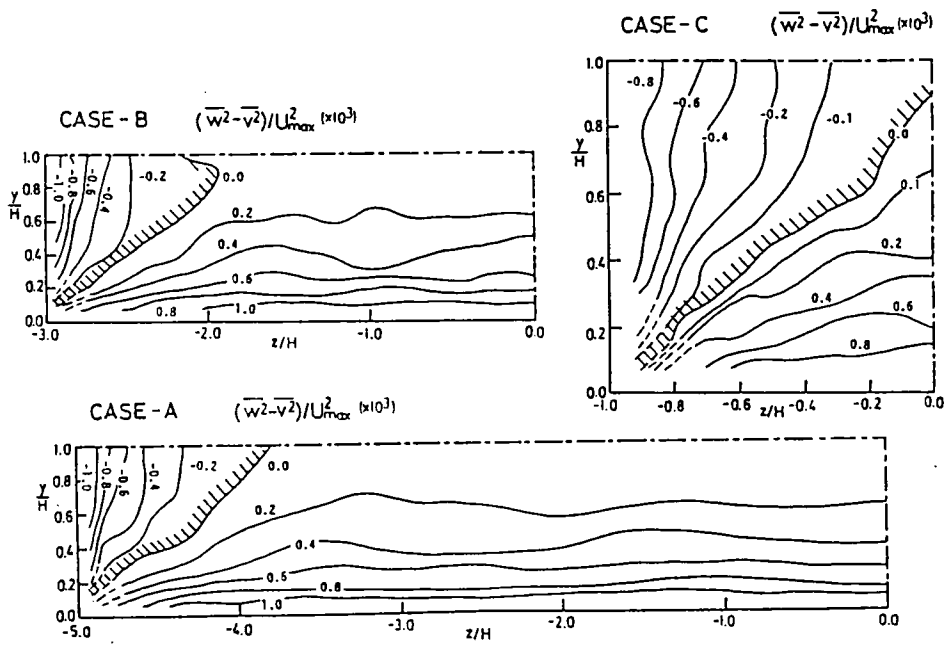


図 8. 5 二次流発生項($\overline{w^2 - v^2}$)の等値線 (長方形管路)

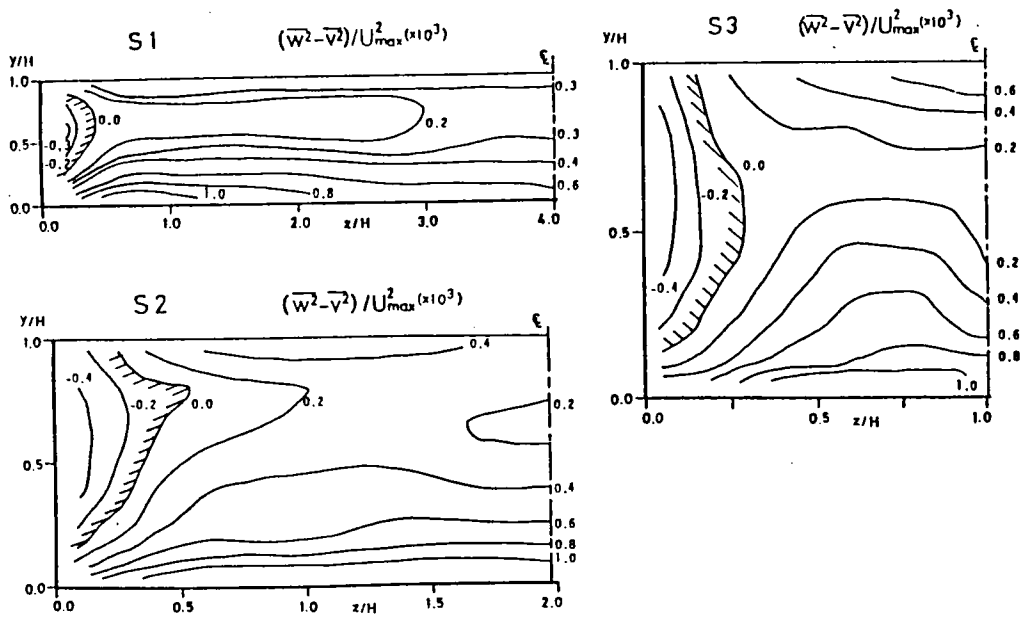


図 8. 6 二次流発生項($\overline{w^2 - v^2}$)の等値線 (長方形開水路)

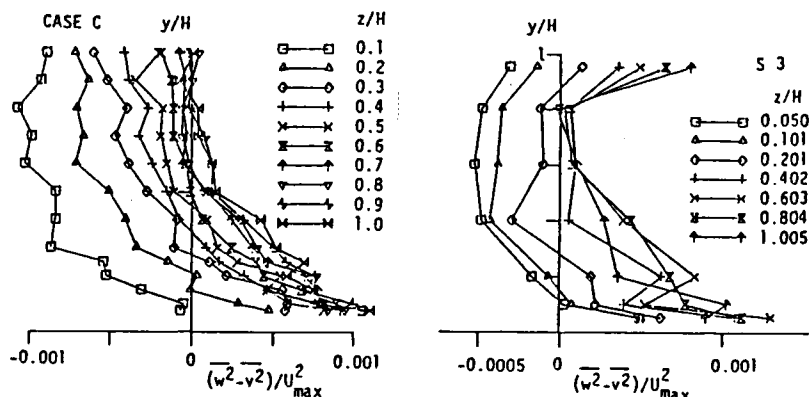


図 8. 7 管路流と開水路流の $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の鉛直分布の比較

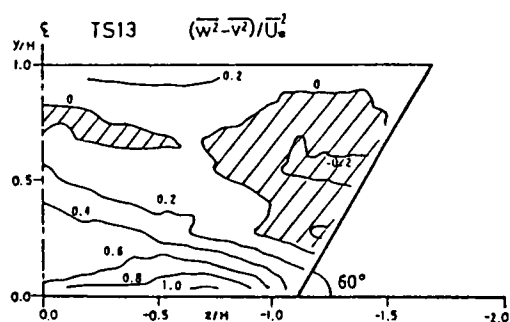
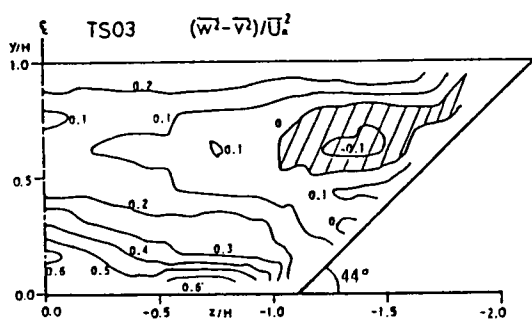


図 8. 8 二次流発生項 $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の等値線
(台形開水路)

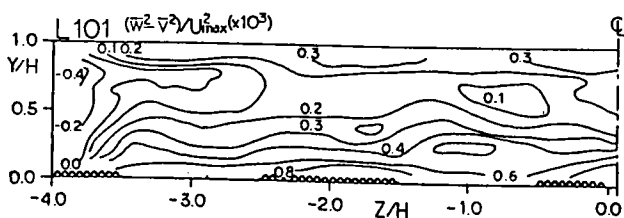
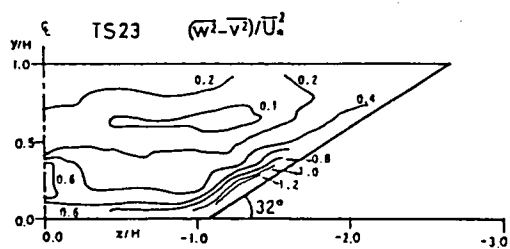


図 8. 9 二次流発生項 $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の等値線
(横断方向粗度変化)

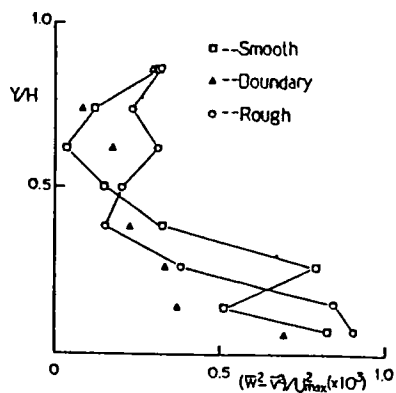


図 8. 10 $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の鉛直分布
(横断方向粗度変化)

ここに、 U_{xv} は側壁の平均の摩擦速度である。また、 f は長方形断面においては v' の水面での減少効果を表し、台形断面については側壁の摩擦速度が水面近くで急激に減少する効果を表したものである。これはそれぞれ次のように表される。(a は定数)

(長方形)

$$\begin{aligned} f_v &= 1 & : \eta \leq 0.6 \\ &= 1 - a(\eta - 0.6)^2 & : \eta > 0.6 \\ f_w &= 1 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} f_v &= 1 \\ &= 1 - a(\eta - 0.6)^2 \\ f_w &= 1 \end{aligned}} \right\} (8.11)$$

(台形)

$$\begin{aligned} f_v = f_w &= 1 & : \eta \leq 0.5 \\ &= 1 - a(\eta - 0.5)^2 & : \eta > 0.5 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} f_v = f_w &= 1 \\ &= 1 - a(\eta - 0.5)^2 \end{aligned}} \right\} (8.12)$$

c) 最後に、 η 方向の分布と ξ 方向の分布を Gerard(1978)¹⁸⁾ が行ったと同様な手法を用いて、各々の壁からの距離によって次のように重み付平均を行う。

$$\begin{aligned} v' &= v'_1 P_y + v'_2 P_z \\ w' &= w'_1 P_y + w'_2 P_z \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} v' &= v'_1 P_y + v'_2 P_z \\ w' &= w'_1 P_y + w'_2 P_z \end{aligned}} \right\} (8.13)$$

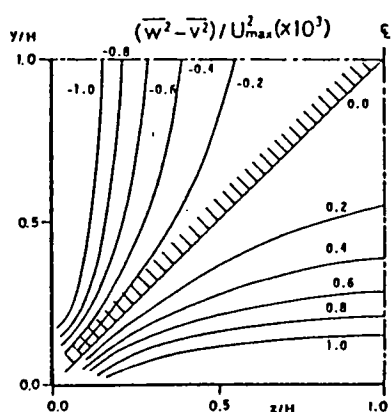
ここに、

$$\begin{aligned} P_y &= \xi^{n_2} / (\eta^{n_1} + \xi^{n_2}) \\ P_z &= \eta^{n_1} / (\eta^{n_1} + \xi^{n_2}) \end{aligned}$$

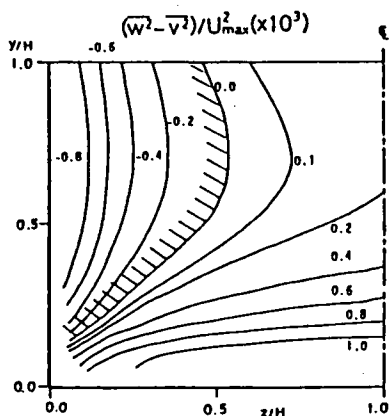
ここで、 Av_y 、 Bv_y 、 Aw_y 、 Bw_y の各係数は、8. 3 節で検討したようにならかなり普遍的な係数で与えられる。また、 Av_z 、 Bv_z 、 Aw_z 、 Bw_z の各係数は、アスペクト比または側壁傾斜角によって変化すると考えられるが、これらの関係を明らかにするためにはさらに多くの実験が必要と思われる。ここでは実験値に一致するように与え、各々の値を表8. 1に示す。a については実験値より0. 3から0. 5の値が取られた。また、 n_1 、 n_2 は各々の壁の影響度を表す。これによって計算した($\bar{w}^2 - \bar{v}^2$)の等値線を図8. 11に、鉛直分布を図8. 12に示す。実験値と近似式による計算値とは概ね一致し、特に、分布の特性はよく再現されていると考えられる。また、これより計算された、式(8.1) の右辺の値の等値線の一例を長方形開水路の場合について図8. 13に示す。これは、コーナー近くと水面近くで大きな絶対値をとることがわかる。

表8. 1 二次流発生項のシミュレーションにおける係数

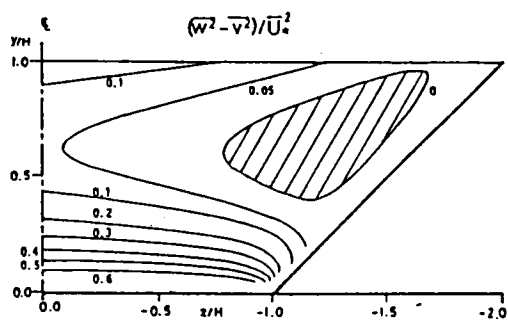
	Av_y	Aw_y	Bv_y	Bw_y	Av_z	Aw_z	Bv_z	Bw_z	a	n_1	n_2
C	1.15	1.45	0.69	0.92	1.45	1.15	0.92	0.69	0.0	1.5	1.5
S1	0.90	1.40	0.70	0.90	1.30	0.95	0.90	0.65	0.3	1.25	1.0
TS01	0.90	1.20	0.70	0.80	1.25	1.23	0.60	0.90	0.5	2.0	2.0



(a) 長方形管路

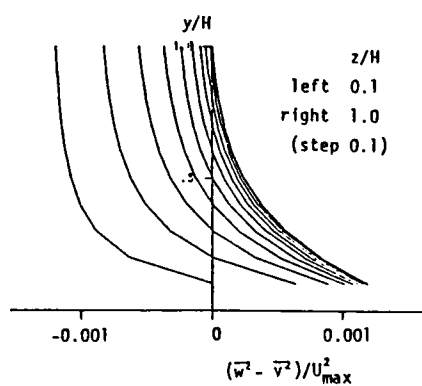


(b) 長方形開水路

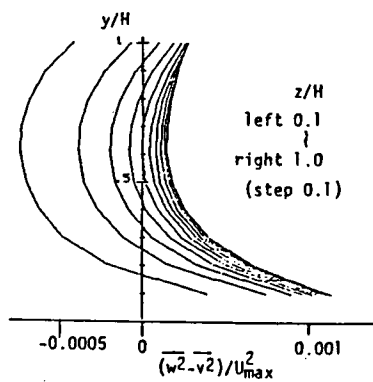


(c) 台形開水路

図 8. 1 1 計算された $(\overline{w^2} - \overline{v^2})$ の等値線



(a) 長方形管路



(b) 長方形開水路

図 8. 1 2 管路流と開水路流の計算された $(\overline{w^2} - \overline{v^2})$ の鉛直分布

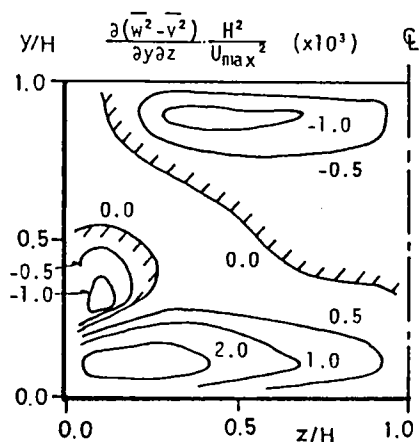


図8. 13 計算された $\partial(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)/\partial y \partial z$ の分布の一例

次に、横断方向に粗度の変化する流れについて検討してみる。この場合は、すでに、 v' 、 w' の三次元分布が近似関数によって与えられており、次式のように与えられる。

$$v' = 0.036(1.1 - \eta)^{0.5} + 0.044 \{ \exp(-\eta) - 0.819 \} (1.1 - \eta) \cos(\pi \xi) \quad (8.14)$$

$$w' = \{ 0.027(1 - \eta)^2 + 0.024 \} + 0.054 \{ \exp(-\eta) - 0.819 \} (1.1 - \eta)^{0.5} \cos(\pi \xi) \quad (8.15)$$

この v' 、 w' の分布形を用いて計算された $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の等値線を図8. 14に示す。また、粗面中央と滑面中央の鉛直分布を実験値とともに図8. 15に示す。図8. 15では、実験値はばらつきが大きく分布形を把握しにくいのが、計算された近似曲線は粗面上と滑面上の分布の違いをよく表している。

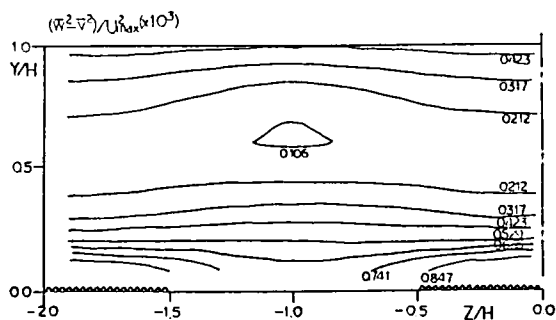


図8. 14 計算された $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の等値線
(横断方向粗度変化)

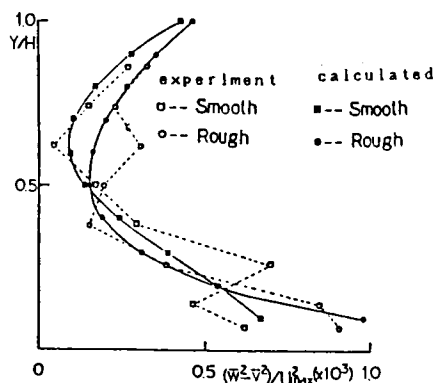


図8. 15 $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の実測値と
計算値の比較(横断方向粗度変化)

このようなシミュレーションは、どのような境界条件についても適用できるとは限らず、その他のケースではもっと複雑になって、同様な近似はかなり困難になる。したがって、この手法は一般的な($\bar{w}^2 - \bar{v}^2$)の予測には発展しないものの、実験値の特性を近似式でシミュレーションすることによって滑らかな分布形で再現し、この渦度発生項によって生じる二次流を計算でき、その内部構造を水理学的に解明できると考えられる。

8. 6 渦度方程式の数値計算

前節のように($\bar{w}^2 - \bar{v}^2$)の分布が与えられれば、式(8.1)によって二次流の流れ関数 ψ を解くことができる。ただし、台形については式(8.5)の座標変換を式(8.1)に対して施すと次式のようになる。

$$\begin{aligned} C_0 \frac{\partial^4 \psi}{\partial \eta^2} + C_1 \frac{\partial^4 \psi}{\partial \eta^3 \partial \xi} + C_2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial \eta^2 \partial \xi^2} + C_3 \frac{\partial^4 \psi}{\partial \eta \partial \xi^3} \\ + C_4 \frac{\partial^4 \psi}{\partial \xi^4} + C_5 \frac{\partial^3 \psi}{\partial \eta^2 \partial \xi} + C_6 \frac{\partial^3 \psi}{\partial \eta \partial \xi^2} + C_7 \frac{\partial^3 \psi}{\partial \xi^3} \\ + C_8 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + C_9 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta \partial \xi} + C_{10} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + C_{11} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + F = 0 \end{aligned} \quad (8.16)$$

ここに、

$$C_0 = E_{yz}$$

$$C_1 = \frac{4m(1-\xi)}{(B/2+m\eta)}$$

$$C_2 = \frac{6m^2(1-\xi)^2-2}{(B/2+m\eta)^2}$$

$$C_3 = \frac{4m(1-\xi)\{m^2(1-\xi)-1\}}{(B/2+m\eta)}$$

$$C_4 = \frac{\{m^2(1-\xi)^2-1\}^2}{(B/2+m\eta)^4}$$

$$C_5 = \frac{-12m^2(1-\xi)}{(B/2+m\eta)^4}$$

$$C_6 = \frac{-8m\{3m^2(1-\xi)^2-1\}}{(B/2+m\eta)^3}$$

$$C_7 = \frac{-12m^2(1-\xi)\{m^2(1-\xi)^2-1\}}{(B/2+m\eta)^4}$$

$$C_8 = E$$

$$C_9 = \frac{24m^3(1-\xi)}{(B/2+m\eta)^3} + \frac{2m(1-\xi)E}{(B/2+m\eta)}$$

$$C_{10} = \frac{12m\{3(1-\xi)^2-m\}}{(B/2+m\eta)^4} + \frac{\{m^2(1-\xi)^2-1\}E}{(B/2+m\eta)^2}$$

$$C_{11} = \frac{-24m^4(1-\xi)}{(B/2+m\eta)^4} - \frac{2m^2(1-\xi)E}{(B/2+m\eta)^2}$$

$$F = \frac{\partial^2}{\partial \eta \partial \xi} (\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$$

$$E = \left(\frac{\partial^2}{\partial \eta^2} - \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right) E_{yz}$$

ここで、渦動粘性係数 E_{yz} は次のような放物型分布で与えた。

$$E_{yz} = E_0 U_* H \eta (1-\eta) \quad (8.17)$$

U_* は断面平均の摩擦速度であり、定数 E_0 は計算値が実験値とほぼ一致するように決められた。長方形の場合と台形の場合は $E_0 = 0.1$ とした。二次元流れの E_{xy} の分布式(2.56)の場合では、 $E_0 = \kappa = 0.4$ となるが、この $1/4$ に相当する。また、粗度の変化する流れでは $E_0 = 0.05$ とした。次に、境界条件は長方形および台形断面では次のようになる。

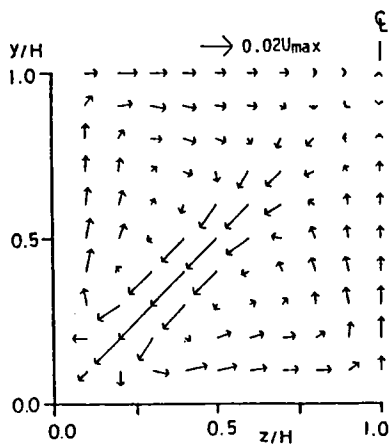
$$\left. \begin{aligned} \psi &= 0, \quad \partial \psi / \partial \eta = 0 & \text{at } \eta &= 0 \\ \psi &= 0, \quad \partial^2 \psi / \partial \eta^2 = 0 & \text{at } \eta &= 1 \\ \psi &= 0, \quad \partial \psi / \partial \xi = 0 & \text{at } \xi &= 0 \\ \psi &= 0, \quad \partial^2 \psi / \partial \xi^2 = 0 & \text{at } \xi &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (8.18)$$

また、横断方向に粗度の変化する流れでは、図8. 14に示す領域を計算領域とすると次のようになる。

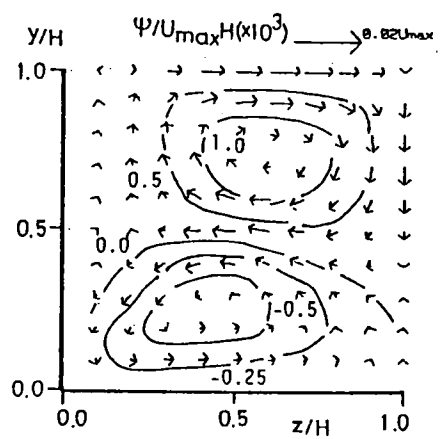
$$\left. \begin{aligned} \psi &= 0, \quad \partial \psi / \partial \eta = 0 & \text{at } \eta &= 0 \\ \psi &= 0, \quad \partial^2 \psi / \partial \eta^2 = 0 & \text{at } \eta &= 1 \\ \psi &= 0, \quad \partial \psi / \partial \xi = 0 & \text{at } \xi &= 0 \\ \psi &= 0, \quad \partial^2 \psi / \partial \xi^2 = 0 & \text{at } \xi &= -2 \end{aligned} \right\} \quad (8.19)$$

これらの境界条件のもとに、式(8.1)あるいは(8.16)を差分化し、SOR法によって計算した。この結果得られた、 $B/H=2$ の正方形管路流、長方形開水路流、傾斜角 $\theta = 44^\circ$ の台形開水路流および横断方向に粗度の変化する流れにおける二次流を、それぞれ図8. 16 (a) ~ (d) に示す。正方形管路流では、対角線に対して対称であり、コーナーに向かう二次流が良好に再現されている。長方形断面開水路では水面縦渦と底面縦渦に分かれる開水路流の二次流の特徴がよく再現されている。したがって、水面における v' の減少とこれによる $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の水面での増大の効果によって開水路特有の二次流パターンが形成されたものと結論される。

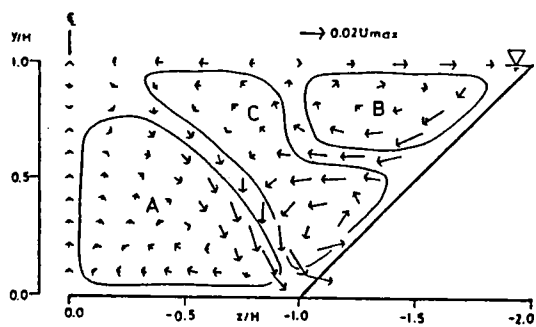
台形の場合、実験値と比較して側壁下部で計算値の渦が強くなる点が異なるが、側壁上部のB渦の発生がよく再現されており、またコーナーに向かう二次流とA渦が現れており実験値の



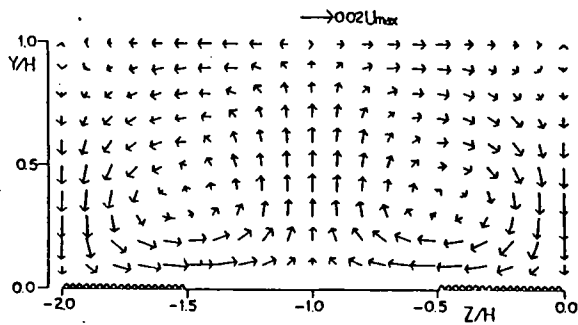
(a) 長方形管路



(b) 長方形開水路



(c) 台形開水路



(d) 横断方向に粗度の変化する流れ

図 8. 16 計算された二次流のベクトル図

傾向とよく一致している。これから側壁の傾斜によって長方形と異なる台形特有の二次流が発生することが $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の分布から説明される。

横断方向に粗度の変化する流れにおいては、滑面上で上昇し粗面上で下降する二次流が再現されている。ただし、渦の中心は、実験値ではほぼ半水深の位置にあるが、計算値は $y/H=0.4$ 付近にある点が少し異なっている。しかし、このような側壁の影響のない場合の二次流の発生機構も同様に $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の分布によって説明された意義は大きい。

8. 7 結言

この章では、各種境界条件における実験で行われた v' 、 w' の分布および $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の分布について検討し、その特性を明らかにした。また、実験値はばらつきが大きく、これを直接微分することは困難であることから、この値を近似する関数形を与えることによって二次流の発生項をシミュレートし、渦度方程式から二次流を数値計算した。その結果、管路流と開水路流の二次流構造の違い、長方形断面開水路流と台形断面開水路流の二次流構造の変化が、 $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の分布の差によって生じることが明らかとなり、また実験で得られた二次流構造をよく説明することが示された。また、横断方向に粗度の変化する流れにおいても同様に $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の分布が二次流を決定することが示された。したがって、その他の境界条件における二次流構造を解明するには、 $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の分布を予測することが必要である。本研究では、任意形状での $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の分布の予測までには至らなかったが、こうした結果が三次元の乱流モデルによる数値計算の開発に寄与するものとする。

参考文献

- 1) Launder, B.E. & Ying, W.M.: Prediction of flow and Heat transfer in ducts of square cross-section, Proc. Inst. Mech. Engrs., 187, pp.455-461, 1973
- 2) Gessner, F.B. & Emery, A.F.: The numerical prediction of developing Turbulent flow in rectangular ducts, Proceedings Turbulent shear flow 2, London, England, 1979
- 3) Naot, D. & Rodi, W.: Calculation of secondary currents in channel flow, ASCE, vol.108, HY8, pp.948-968, 1982
- 4) Naot, D.: Response of channel flow to roughness heterogeneity, ASCE, vol.110, HY11, pp.1568-1587, 1984
- 5) Reece, G.J.: A generalized Reynolds stress model of turbulence, Ph. D. thesis, University of London, 1976
- 6) Demuren, A.O. & Rodi, W.: Calculation of turbulence-driven secondary motion in noncircular ducts, J.F.M. vol.140, pp.189-222, 1984

- 7) Nakayama, A. & Chow, W.L.: Calculation of fully developed turbulent flows in ducts of arbitrary cross-section, J.F.M. vol.128, pp.199-217, 1983
- 8) 梶津家久、中川博次: 渦度方程式による並列らせん流の実験的研究、第26回水理講演会論文集、pp.641-646, 1982
- 9) 梶津家久; 開水路の乱流構造に関する基礎的研究、京都大学学位論文、1977
- 10) Gerard, R.: Secondaryflow in noncircular conduits, ASCE, vol.104, No.HY5, pp.755-773, 1978

第9章 二次流と主流の相互作用および物質輸送に及ぼす二次流の効果に関する水理学的研究

9.1 緒言

各種境界条件における実験結果から二次流の構造が明らかにされ、これが三次元の乱流構造に大きな影響を及ぼしていることがわかった。このことは、流れの三次元構造を解明するためには、二次流構造に関する知見が不可欠であることを意味している。最近では乱流モデルによる数値計算が発展し、そのひとつの成功例が $k-\epsilon$ モデルであるが、これらの標準型の数値計算では等方性乱流を対称としており、しかも実験定数も数多く含まれているから、これらのモデルを直ちに二次流の数値予測へと適用することはできない。Naot and Rodi(1982)¹⁾は、修正 $k-\epsilon$ モデルを開発して、開水路流特有の二次流を計算し、主流速が水面で減速されることを初めて数値的に示し、注目された。しかし、その結果はある程度実験値を再現するけれどもその仮定にある特性値が実験値とかけ離れているという指摘もある²⁾。したがって二次流の予測については困難な面が多く、今後さらに精緻なモデルを開発する必要がある。本論文ではこのような流れ全体の予測という立場とは別に、実験データに基づいて基本的な二次流の特性とそれが及ぼす影響を水理学的に把握することが重要であると考え、二次流が前章の結果すでに解析できたものとして、本章はこれが主流に及ぼす影響を運動方程式に基づいて考察するものである。

黒木幹雄・岸力(1981)³⁾は、主流方向の運動方程式と渦度方程式を連立させて縦渦のある流れの構造を計算したが、河床で U の周期的な変動を人為的に与えているなど、河床付近の取り扱いに問題が残されている。Odgaard(1984)⁴⁾は、並列らせん流のある流れの構造を Studerus(1982)⁵⁾の実験結果に基づいて二次流による横断方向の運動量輸送のみの影響を考慮したモデルを提示し、解析した。壁面せん断応力が横断方向に分布をもつ流れについて、レイノルズ応力の分布を経験的に二次元流の直線分布に二次流の影響とする放物線分布を仮定して重ね合わせてモデル化した。これから主流速の分布モデルを与え、二次流の見積を与えた。しかし、このようなモデルは、二次流を計算するには荒っぽいものであり、コーナー流に対しては境界条件の複雑さから困難であると思われる。したがって、このような非常に単純化されたモデル化よりも、本研究では運動方程式を直接数値計算する方法がより妥当であると考え、以下の解析を行う。ここでは、長方形断面の滑面(第4章)および粗面開水路流(第6章)と横断方向に粗度および河床高の変化する流れ(第7章)について検討する。本章では実験で得られた二次流とその影響が水理学的に考察して妥当であることを検証し、これらの定量的な関係を明確にしようとするものである。

また、この二次流と主流またはせん断応力分布との関係から浮遊砂や掃流砂などの物質輸送問題へ及ぼす二次流の効果を予測することを試みる。

9. 2 基礎式

二次流と主流の相互作用を考える場合に、定常状態のx方向の運動方程式(2.4a)を用い、レイノルズ応力に渦動粘性モデル(2.62)、(2.63)を適用すると式(2.64)と同一の次式が得られる。

$$\left(\frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial y} - V\right) \frac{\partial U}{\partial y} + \left(\frac{\partial \varepsilon_{zx}}{\partial z} - W\right) \frac{\partial U}{\partial z} + (\varepsilon_{xy} + \nu) \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + (\varepsilon_{zx} + \nu) \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + gIe = 0 \quad (9.1)$$

ここで、二次流速 V 、 W は実験結果をモデル化して与えるものとし、渦動粘性係数も実験結果を検討してある程度普遍的な分布を仮定することとする。これによって二次流のある場合の主流速 U が計算でき、これからまたレイノルズ応力 $-\overline{uv}$ 、 $-\overline{uw}$ が計算できる。この結果を実験結果と比較することにより二次流が主流速に及ぼした変化を検討でき、また二次流のある流れの構造がシミュレートできる。ここで重要なのは渦動粘性係数の分布であり、これについては次節で検討する。また、二次流の構造を代数的にモデル化する方法について9. 4節に述べる。

また、開水路流は水深に比べて幅の広い流れが多く、この場合水深方向の平均的な議論と底面せん断応力の分布が重要となる。このような立場に立った基礎式は、第2章で述べたようにx方向の運動方程式をy方向に積分して得られ、式(2.71)すなわち次のようになった。

$$\tau_b = \rho g H I e + \partial (T_{xz} - I_{xz}) / \partial z \quad (9.2)$$

ここに、

$$T_{xz} = \rho \int_0^H (-\overline{uw} + \nu \partial U / \partial z) dy \quad (9.3)$$

$$I_{xz} = \rho \int_0^H (UW) dy \quad (9.4)$$

ここで、 τ_b は局所的な底面せん断応力、 T_{xz} は流れに平行な単位幅の鉛直面に働く乱れによるせん断力であり、これは先に述べた渦動粘性モデルの適用によって主流速 U の横断方向勾配 $\partial U / \partial z$ と関係づけられる。 I_{xz} は同様な鉛直面を通して二次流によって運ばれた運動量の増分を意味し、これには二次流の回転向きおよび大きさと主流速 U の鉛直方向勾配 $\partial U / \partial y$ が関係している。これによって底面せん断応力の変化に及ぼす二次流の効果が評価できる。

次に、二次流の物質輸送に及ぼす影響として浮遊砂輸送を対象として考えることにする。ここで定常な等流を考え、分子拡散係数を無視すると式(2.74)と同一の次式が基礎式として与えられる。

$$V \frac{\partial C}{\partial y} + W \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} (K_y \frac{\partial C}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial C}{\partial z}) + w_o \frac{\partial C}{\partial y} \quad (9.5)$$

ここで、 w_0 は砂粒子の沈降速度、 K_y 、 K_z は渦動拡散係数で一般に渦動粘性係数を用いて次式のように表される。

$$K_y = \gamma_1 \varepsilon_{xy}, \quad K_z = \gamma_2 \varepsilon_{xz} \quad (9.6)$$

これを変形すると次のようになる。

$$\begin{aligned} (\gamma_1 \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial y} + w_0 - V) \frac{\partial C}{\partial y} + (\gamma_2 \frac{\partial \varepsilon_{xz}}{\partial z} - W) \frac{\partial C}{\partial z} \\ + \gamma_1 \varepsilon_{xy} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \gamma_2 \varepsilon_{xz} \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} = 0 \end{aligned} \quad (9.7)$$

この γ_1 、 γ_2 に対する知見は本研究では得られないが、通常 $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$ の場合を検討すればよいであろう。この式は運動量の輸送を浮遊砂の輸送に置き換えたものとして式(9.1)と同型になっており、同様な解析が可能で、二次流の浮遊砂分布に及ぼす影響が検討できる。

9.3 渦動粘性係数の分布特性

渦動粘性係数の分布は、レイノルズ応力 $-\overline{uv}$ および $-\overline{uw}$ と主流速 U の分布の実測により実験的に求めることができる。しかし、実験の精度上から U の微分には誤差が伴いやすく、この正確な値を得ることは困難であり、特に $\partial U / \partial y$ や $\partial U / \partial z$ がゼロに近いようなところでは非常に大きな誤差が生じる。このため $\partial U / \partial y$ および $\partial U / \partial z$ が大きな値を持つところでの値のみを用いて鉛直方向および横断方向の平均値を求め、この分布の特徴を検討することとする。これにはまず、長方形の滑面および粗面の実験結果について検討し、次に、横断方向に粗度および河床高の変化する流れの実験について二次流の影響を検討する。図9.1は横断方向に平均された ε_{xy} を潤辺平均の摩擦速度 u_τ と水深 H で無次元化した値の鉛直分布である。かなりのばらつきがみられるが、次式で示される図中の実線とほぼ特性が一致する。

$$\frac{\varepsilon_{xy}}{u_\tau H} = \varepsilon_1 \frac{y}{H} \left(1 - \frac{y}{H}\right) \quad (9.8)$$

ここで $\varepsilon_1 = 0.28$ としたものであり、二次元流れの対数則が成立するとしたときの 0.4 に比べてかなり小さな値となっている。空気管路流の場合は、管路中央高さの対称面で ε_{xy} がゼロにはならず一定値を取ることが知られており⁶⁾、これは開水路流と管路流の大きな違いと言える⁷⁾。次に、 ε_{xy} の鉛直分布の平均値を断面全体の平均値 ε_{xy} で無次元化した値の横断方向分布を図9.2に示す。側壁近くでは大きな値を取るものがあるが、これはこの付近の $\partial U / \partial y$ が小さいことも一因となっている。全体としては側壁に近づくにつれて小さくなる傾向が認められる。これは空気管路流においても認められている。また、中央付近の分布は壁面せん断

応力の分布の傾向とよく類似していることから、この横断方向の変化を底面の局所的摩擦速度 U_{xb} と関係づけて、最終的に ε_{xy} は次のように表現することができる。

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_1 U_{xb} \cdot y(1 - y/H) \quad (9.9)$$

ここに U_{xb} は z の関数である。

次に、図 9. 3 は鉛直方向に平均された ε_{xz} を \bar{U}_* と水路半幅 $B/2$ で無次元化した値の横断方向分布である。これは側壁近傍以外では $\partial U / \partial z$ がかなり小さな値となるため、中央付近で

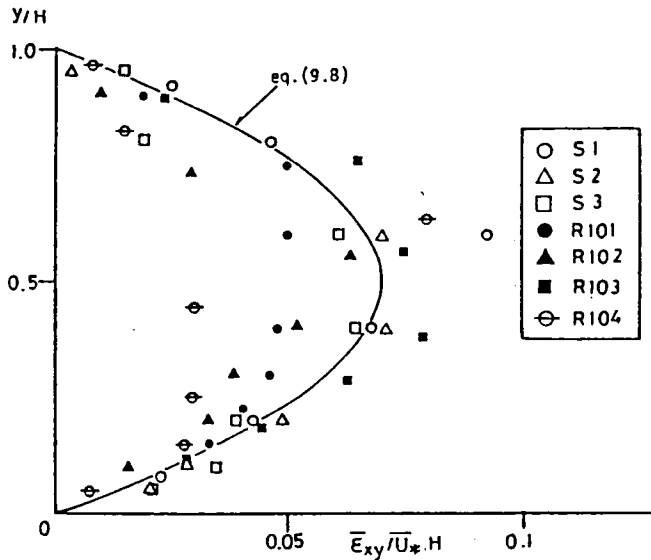


図 9. 1 渦動粘性係数 ε_{xy} の平均値の鉛直分布（長方形開水路）

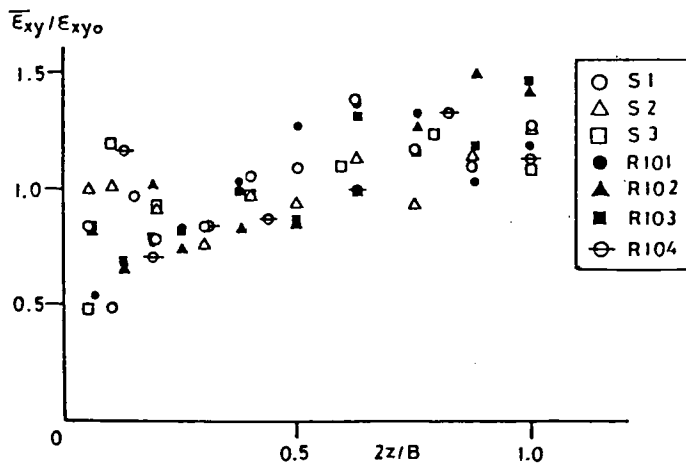


図 9. 2 渦動粘性係数 ε_{xy} の平均値の横断分布（長方形開水路）

はかなりばらつくが、側壁近くの分布は $z/H < 0.5$ の領域で ε_{xz} と同様な形で次式で与えられる図中の実線と概ね一致する。

$$\frac{\varepsilon_{xz}}{U_{\infty} H} = \varepsilon_2 \frac{z}{H} \left(1 - \frac{z}{H} \right) \quad \left(\frac{z}{H} < 0.5 \right) \quad (9.10)$$

ここで $\varepsilon_2 = 0.2$ が最適である。 $z/H > 0.5$ の領域ではばらつきが大きく、 z に関して無相関と考えられるからここでは単に平均して、一定値をもつと考える。

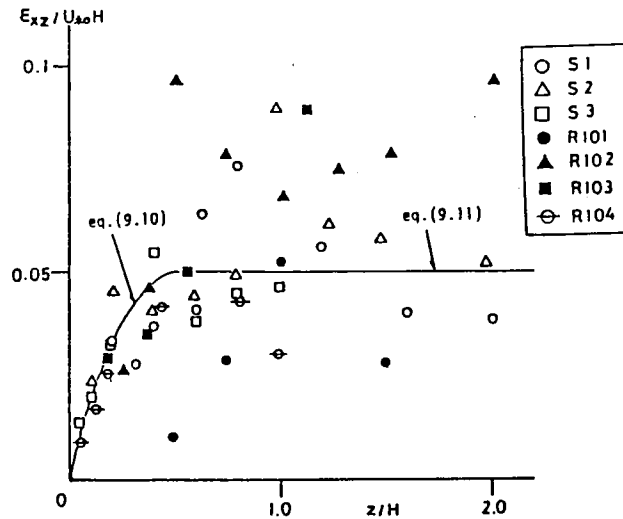


図 9. 3 渦動粘性係数 ε_{xz} の平均値の横断分布（長方形開水路）

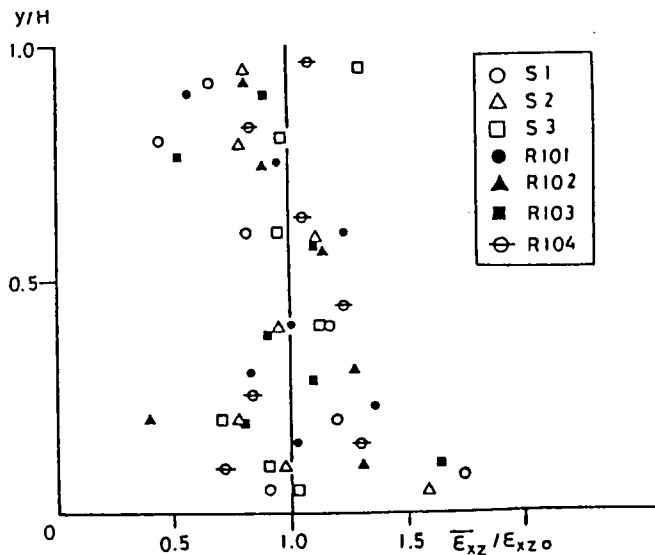


図 9. 4 渦動粘性係数 ε_{xz} の平均値の鉛直分布（長方形開水路）

$$\frac{\overline{\epsilon_{xz}}}{\overline{u_x H}} = 0.25 \epsilon_2 = 0.0625 \quad \left(\frac{z}{H} \geq 0.5 \right) \quad (9.11)$$

となり、図中の実線で示される。この ϵ_{xz} の横断方向の平均値を断面全体の平均値 ϵ_{xz} で無次元化した値の鉛直分布を図 9. 4 に示す。これによると底面付近でやや大きな値がみられるのは ϵ_{xy} の場合と同様に底面近くで $\partial U / \partial z$ が小さいことが関係していると思われる。また、水面近くで、やや大きくなる傾向にあるものの、ほぼ鉛直方向に一定と考えられる。なお管路流の場合、底面から離れるにつれて ϵ_{xz} が若干大きくなる傾向が示されており⁹⁾、開水路流の場合と若干異なっているようである。

次に、渦動粘性係数の分布に及ぼす二次流の影響について、最も明確な二次流が発生した横断方向に粗度の変化する流れ（ケース L101）と横断方向に河床高の変化する流れ（ケース K）の実験結果から検討する⁹⁾。図 9. 5、9. 6 はそれぞれ ϵ_{xy} 、 ϵ_{xz} の鉛直分布の平均値を断面平均値で除した値の横断方向分布を示したものである。また、図 9. 7 は L101 の各断面における ϵ_{xy} の鉛直分布および ϵ_{xz} の横断分布を示す。 ϵ_{xy} はケース L101 では滑面上で大きく粗面上で小さいが、ケース K では凸部上で大きく凹部上で小さい。すなわち、 ϵ_{xy} は二次流の上昇流部で大きくなり、下降流部で小さくなり、鉛直方向の流速 V の影響を受けることがわかる。次に ϵ_{xz} の分布を見ると底面の状態に影響された横断方向の変化は明確ではなく、

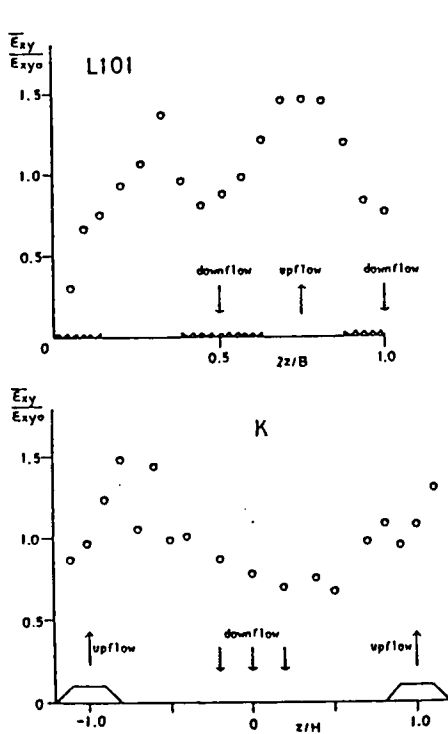


図 9. 5 渦動粘性係数 ϵ_{xy} の分布に及ぼす並列らせん流の影響

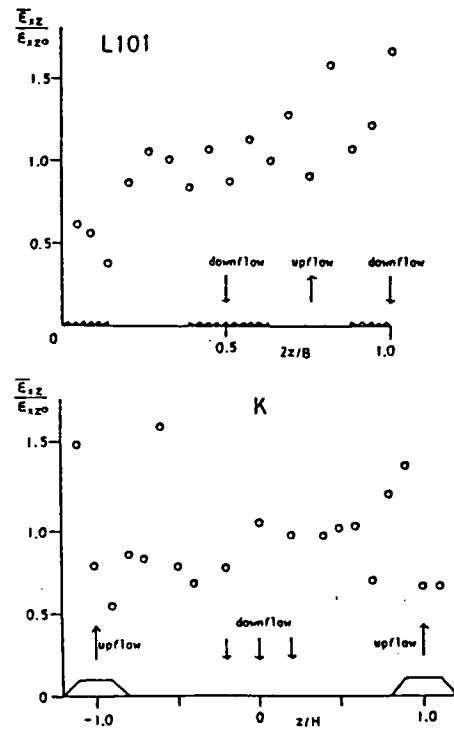


図 9. 6 渦動粘性係数 ϵ_{xz} の分布に及ぼす並列らせん流の影響

ほぼ一定とみなすことができる。したがって ε_{xz} は鉛直方向の流速 V の影響を受けないものと考えられる。 ε_{xy} および ε_{xz} に及ぼす横断方向の流速 W の影響については、アスペクト比の小さな長方形断面の場合についてみる限り、ほとんどみられない。以上より、 ε_{xy} の分布は次のように与えられる。

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_1 U_{xb} \cdot y(1 - y/H) \cdot \{1 + \alpha(V/U_{xb})\} \quad (9.12)$$

ここで、 $\alpha=0.1$ とした。この式(9.12)は長方形のケースおよび側壁の直接の影響のないケース L101 およびケース K のような場合のいずれに対しても用いられる。

ε_{xz} は二次流の影響はあまり無いものと考え、式(9.10)、(9.11)によって与えられることになる。

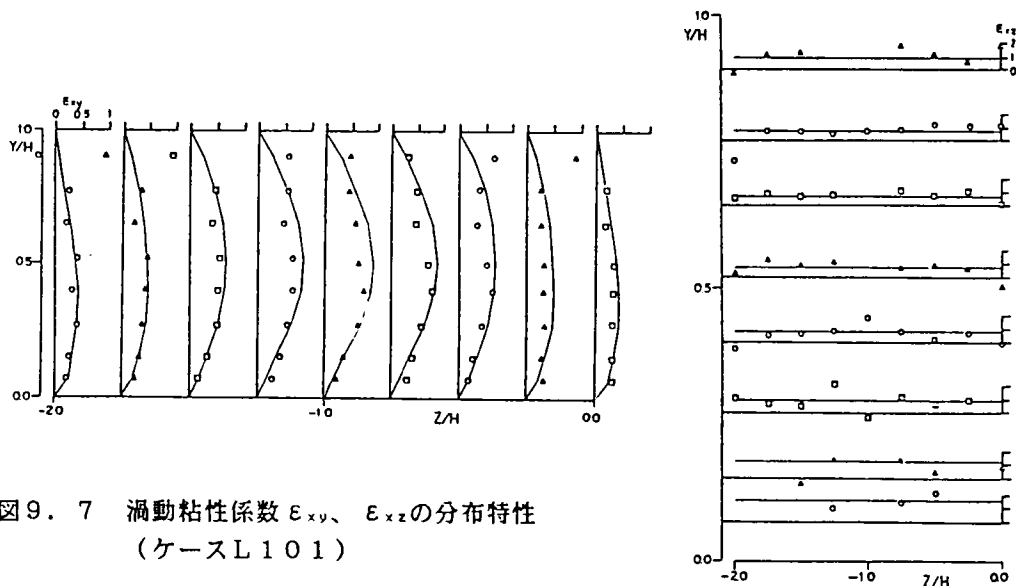


図9.7 渦動粘性係数 ε_{xy} 、 ε_{xz} の分布特性
(ケース L101)

9.4 二次流構造のモデル化

二次流構造は、境界条件によって微妙に変化する複雑な面を持っているが、その基本的な構成要素には大きな変化はみられない。このような特性を把握するために、次式で定義される流れ関数 ψ を考える。

$$\psi = - \int_0^y W dy = \int_0^z V dz \quad (9.13)$$

二次流の実測値から計算された流れ関数の分布は、長方形の場合は図9.8に示すように領域区分でき、以下のようにモデル化が可能となる。いま、基本的に流れ関数は次式のように与え

られるとする。

$$\psi = \text{Amp} \cdot P_y \cdot P_z \quad (9.14)$$

ここに、Ampは二次流の大きさを示す定数で、 P_y 、 P_z はそれぞれ y 、 z の関数であり、図中の記号を使って各領域で次のように与えられる。

①の領域 ($l_{y1} < y \leq H$ 、 $z \leq l_{z2}$)

$$P_y = \sin(\pi(y - l_{y1})/(H - l_{y1})),$$

$$P_z = \sin(\pi z/l_{z2})$$

②の領域 ($y \leq l_{y1}$ 、 $z \leq l_{z1}$)

$$P_y = \sin(\pi y/l_{y1}),$$

$$P_z = \sin(\pi z/l_{z1})$$

③の領域 ($y \leq (H+l_{y1})/2$ 、 $l_{z1} \leq z \leq l_{z2}$)

$$P_y = \sin(\pi y/H),$$

$$P_z = \sin(\pi(z - l_{z1})/(l_{z2} - l_{z1}))$$

④の領域 ($l_{z2} \leq z \leq l_{z3}$)

$$P_y = \sin(\pi y/H),$$

$$P_z = \sin(\pi(z - l_{z2})/(l_{z3} - l_{z2}))$$

ただし、①と③の重なり合う領域は①の式と③の式から計算された値を合成したものとする。各ケースにおける l_{y1} 、 l_{z1} 、 l_{z2} 、 l_{z3} および各領域の $\text{Amp}' \equiv \text{Amp}/U_{\max}$ を表9. 1に示す。特に側壁の影響のない中央領域の並列らせん流は④の領域と同様に並列らせん流の数に応じて与えられる。 $l_{z1} \sim l_{z3}$ は側壁と底面の相対的な粗度の比によって変化する。また、Amp はすべてにおいてほぼ同オーダーであり、最大主流速 U_{\max} に比例すると考えられる。これによって

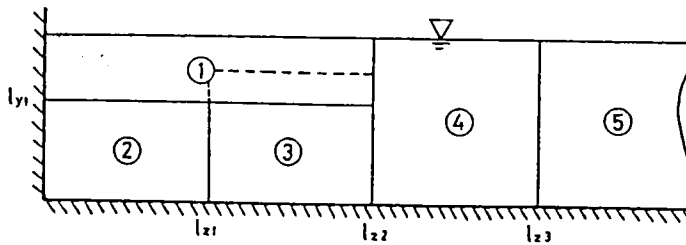


図9. 8 長方形開水路流の二次流の領域区分

計算された二次流ベクトル図の一例を図9。9に示すが、これらは実験によって得られた二次流構造をモデル的によく再現しており、本研究のような二次流の統一的な表現がある程度可能であることがわかる。

表9. 1 長方形開水路流の二次流のモデル化における係数

	l_{v1}/H	l_{z1}/H	l_{z2}/H	l_{z3}/H	l_{z4}/H	Amp1'	Amp2'	Amp3'	Amp4'	Amp5'
S1	0.6	1.0	2.0	-	-	2.5	-2.0	0.0	0.0	0.0
S2	0.6	1.0	2.0	-	-	3.0	-2.0	0.0	-	-
R101	0.6	1.0	2.0	3.0	4.0	2.5	-2.5	2.0	-2.0	2.0
R102	0.6	1.0	2.0	-	-	2.5	-2.5	1.5	-	-
R103	0.6	1.0	2.0	3.0	-	2.5	-2.5	2.5	-2.5	-
R201	0.5	0.8	1.4	2.2	3.5	2.5	-1.0	0.0	-1.5	1.5
R202	0.6	0.8	1.4	-	-	2.5	-1.0	0.0	-	-
R301	0.6	1.8	3.0	4.0	-	2.5	-2.0	1.5	-1.0	-
R302	0.6	1.2	2.0	-	-	3.0	-1.5	1.5	-	-

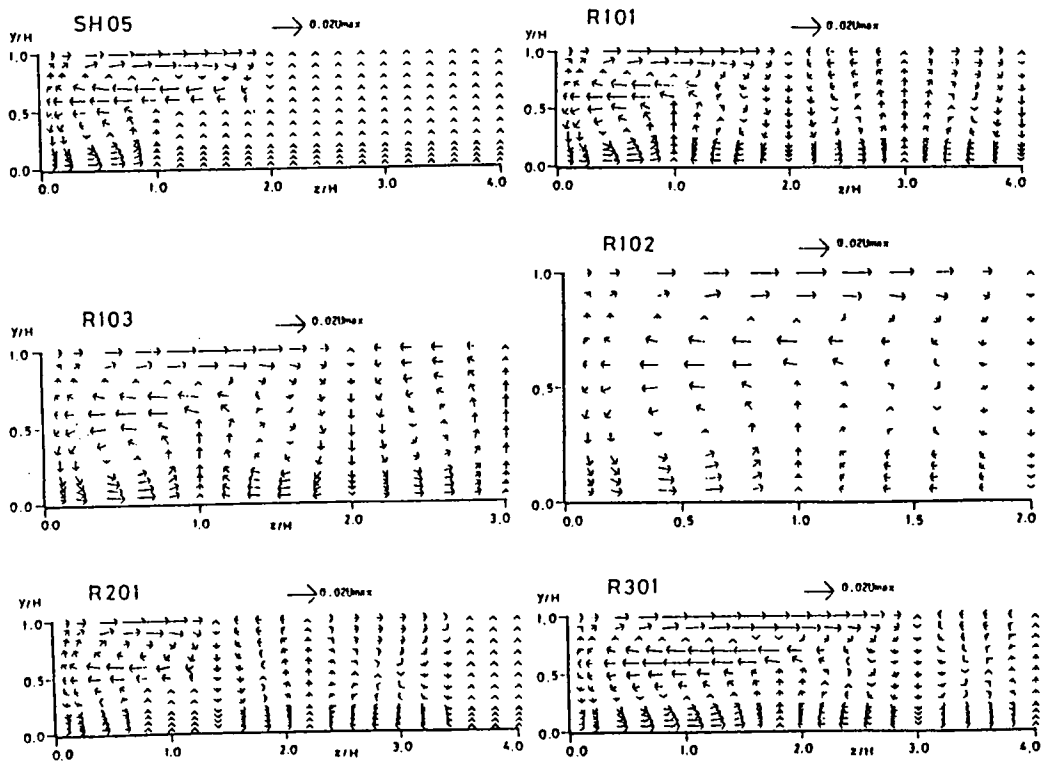


図9. 9 モデル化された二次流のベクトル図の一例

9.5 二次流と主流の相互作用に関するシミュレーション

二次流を流れ関数で表したことにより、式(9.1)は次のように変形される。

$$\begin{aligned} (\varepsilon_{xy} + \nu) \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + (\varepsilon_{zx} + \nu) \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \\ + \left(\frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \frac{\partial U}{\partial y} + \left(\frac{\partial \varepsilon_{zx}}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \frac{\partial U}{\partial z} + g l e = 0 \end{aligned} \quad (9.15)$$

式(9.8)から(9.12)によって渦動粘性係数を、と式(9.14)から二次流を与えると、Uについて数値計算を行うことができる。計算は長方形の場合と横断方向に粗度に変化する流れ（ケース L101）および横断方向に一樣な底面に対して並列らせん流を人工的に与えた場合について行った。各々の境界条件は、次の通りである。

a) 長方形断面

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial z} &= 0 & \text{at } z &= B/2 \text{ (水路中央)} \\ \frac{\partial U}{\partial y} &= (\alpha/\nu) U s^2 & \text{at } y &= H \\ U &= (U_{xz}) \ln(My_1) & \text{at } y &= y_1 \\ U &= (U_{xy}) \ln(Mz_1) & \text{at } z &= z_1 \\ M &= 9U_s/\nu \text{ (滑面)}, M = 30/k \text{ (粗面)} \end{aligned} \right\} \quad (9.16)$$

ここに、 U_s は水面での流速、 y_1 、 z_1 は計算メッシュの第1格子点の壁からの距離であり、底面および側壁からの対数則の成立領域内に取られる。また、 U_{xz} 、 U_{xy} は底面および側壁の局所的摩擦速度、 k は粗度高さ、 α は定数である。水面での境界条件は一般に水面で鉛直方向の流速勾配がゼロとなるようにとられ、これは管路流では正しいが、開水路では渦動粘性係数 ε_{xy} が水面でゼロとなるため式(9.1)において $\partial U/\partial y$ がゼロ近いところで発散する傾向にある。したがって、水面に関して $U(y)$ の分布は管路流と異なり、非対称と考えるのが現実的であり、水面上で $\partial U/\partial y \neq 0$ と考えられる。式(9.16)はこのことが考慮されている。すなわち、水面のごく近傍では粘性が重要な役割を果たすと考えられ、粘性せん断応力が表面流速に比例すると仮定したものである。ここで α は0.0005から0.0015の値が適当であった。壁面での境界条件において U_{xz} および U_{xy} はそれぞれ z および y の関数であるが、計算の初期値としては潤辺平均の摩擦速度 \bar{u}_* を用いる。そして、壁面せん断応力の局所的变化をシミュレートするために繰り返し計算の各回ごとに次のように対数則を用いて再計算され、新しい値に更新される。

$$U_{xz}(\text{new}) = \frac{\kappa U_{y2}}{\ln(My_2)} \quad , \quad U_{xy}(\text{new}) = \frac{\kappa U_{z2}}{\ln(Mz_2)} \quad (9.17)$$

ここに、 y_2 、 z_2 は第2格子点の座標であり、 U_{y2} 、 U_{z2} はその位置における流速である。さらにこの計算された U_x を用いて第1格子点の流速が再計算される。

b) 側壁の影響のない場合

この場合は計算領域を $-2 \leq z/H \leq 0$ の区間にとる。

$$\left. \begin{aligned} \partial U / \partial z &= 0 & \text{at } z/H &= -2, 0 \\ \partial U / \partial y &= (\alpha / \nu) U_s^2 & \text{at } y/H &= 1 \\ U &= (U_{xz}) / \ln(My_1) & \text{at } y &= y_1 \\ M &= 9U_x / \nu \text{ (滑面)}、M = 30/k \text{ (粗面)} \end{aligned} \right\} (9.18)$$

ケースL101の場合には底面粗度が遷移領域にあるため、 M をKrishnappan¹⁹⁾が与えたのと同様に次のように与えた。

$$\begin{aligned} M &= U_x E / \nu & (9.19) \\ E &= \exp(\kappa Bs / (U_x k / \nu)) \\ Bs &= \{5.5 + 2.50 \cdot \ln(U_x k / \nu)\} \exp[-0.217 \{\ln(U_x k / \nu)\}^2] \\ &\quad + (1 - \exp[-0.217 \{\ln(U_x k / \nu)\}^2]) \end{aligned}$$

底面粗度が一樣な場合は k は一定であるが、ケースL101の場合には粗度高さ k を

$$k = k_1 + k_2 \cos^2(\pi z/H) \quad (9.20)$$

として与えた。ここに $k_1=0.075$ 、 $k_2=0.035$ とした。また、 U_{xz} は長方形の場合と同様に(9.17)のように再計算する方法をとった。

以上の計算手法を用いて、実験ケースR101～R103と同じアスペクト比の長方形断面での主流速 U を計算し、その等速度線を図9.10に示した。の等値線の一例を図9.10に示す。また、図9.11に、二次流が存在しないと仮定して計算された結果を比較のために示した。図9.10と9.11を比較すると、水面縦渦による水面での減速が、最大主流速の1～2%程度の二次流によって引き起こされることが確認される。すなわち、底面縦渦によるコーナー近くの底面での減速領域が現れ、開水路に特有な側壁に向かって突出した等値線パターンがよく再現されている。図9.10の(a)、(b)の中央領域でみられるように、並列らせん流が発生している場合については、上昇流部で減速され下降流部で加速される波状の分布がよく再現されている。次に、この主流速分布によって得られるせん断応力を図9.12に示す。底面上の分布は上昇流部で減少、下降流部で増大し、これもまた、二次流の影響がよく現れている。側壁上の分布は、その特性は実験値と一致するが、値自体は若干大きくなっており、側壁近くの渦動粘性係数 ϵ_{xz} の過程にまだ改良の余地があるものと考えられる。この点を除けば、実験で得られた二次流と主流の関係が良好に再現されており、これらの関係が運動方

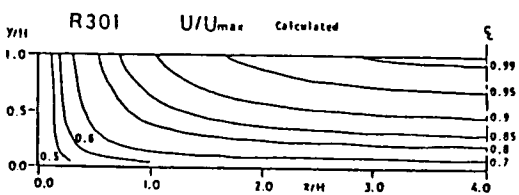
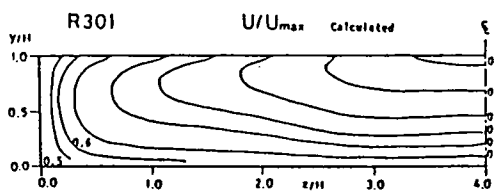
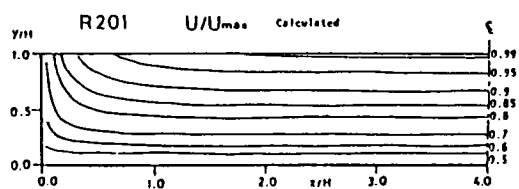
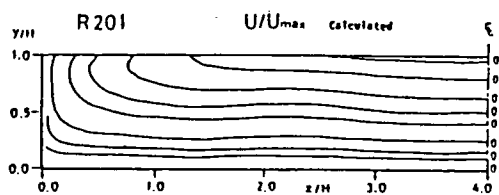
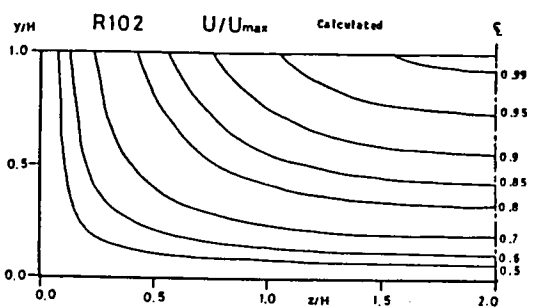
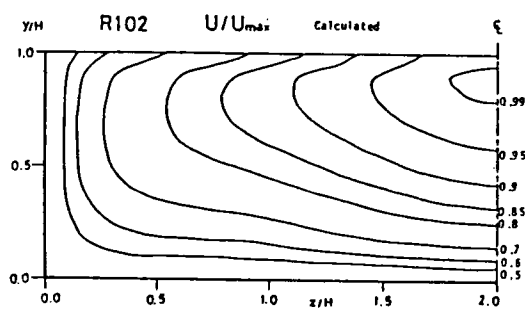
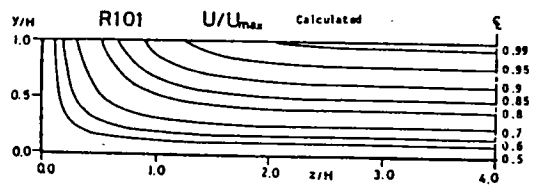
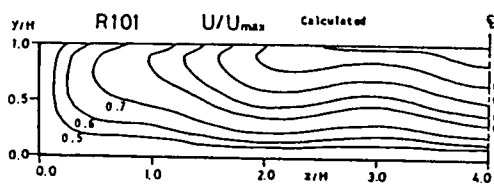


図 9. 10 計算された主流速の等値線
(二次流有り)

図 9. 11 計算された主流速の等値線
(二次流無し)

程式(9.1)から示された意義は大きい。次に、図9. 13はレイノルズ応力 $-\overline{uv}$ および $-\overline{uw}$ の等値線の一例であり、これも実験結果とよく一致している。ただし、 $-\overline{uw}$ の側壁近くの計算値が実験値よりも大きくなっているが、これは側壁のせん断応力が実験値より大きかったことと同じ原因によるものと考えられる。しかしながら、全体として計算値はよく実験値と一致し、渦動粘性および二次流に関する仮定がほぼ妥当であったといえる。

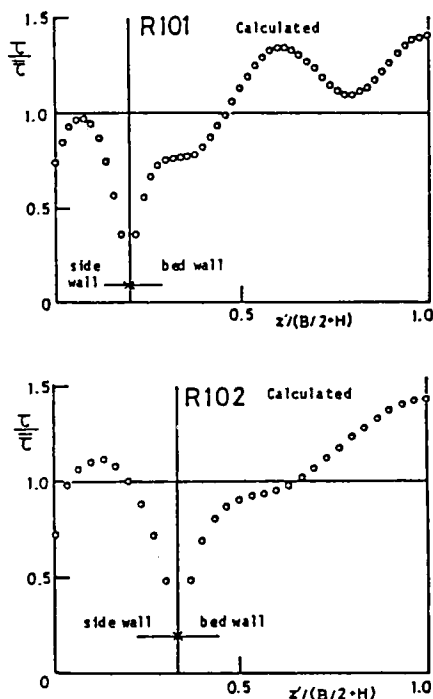


図9. 12 計算された壁面せん断応力分布

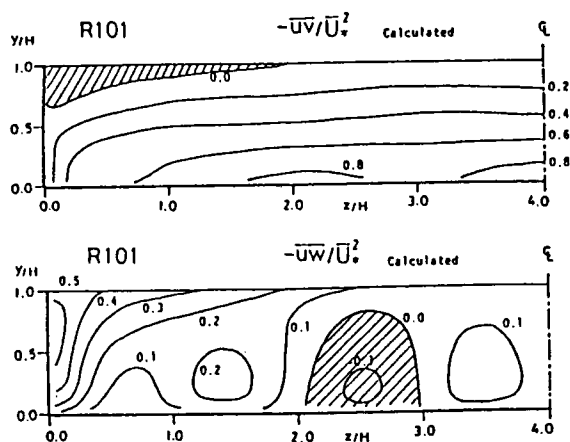


図9. 13 計算されたレイノルズ応力 $-\overline{uv}$ 、 $-\overline{uw}$ の等値線

次にケース L101 の計算結果を検討する。図 9. 14 は、 $-2 \leq z/H \leq 0$ の区間で計算された U 、 $-\overline{uv}$ 、 $-\overline{uw}$ の等値線であり、二次流の影響が実験結果と同様に顕著に現れている。 U の分布は実験値とほぼ一致する。 $-\overline{uv}$ 、 $-\overline{uw}$ の分布は傾向は一致するが、その大きさは実験値より大きな値となっている。このことは $-\overline{uv}$ および $-\overline{uw}$ の計測値が小さく計測された可能性があり、さらに検討を要すると思われる。次に U の片対数プロットを図 9. 15 に示す。粗面および滑面上で $y/H=0.35$ 付近で傾きが変化する特性がよく現われている。図 9. 16 に $-\overline{uv}$ の鉛直分布を示す。粗面上で下に凸となり、滑面上で上に凸となり、 $y/H=0.2$ 付近で分布が交差する特性がよく再現されている。図 9. 17 は $-\overline{uw}$ の横断方向分布であり、 $z/H=0.5$ に対して若干の非対称性がみられるが、分布の形状はよく一致している。

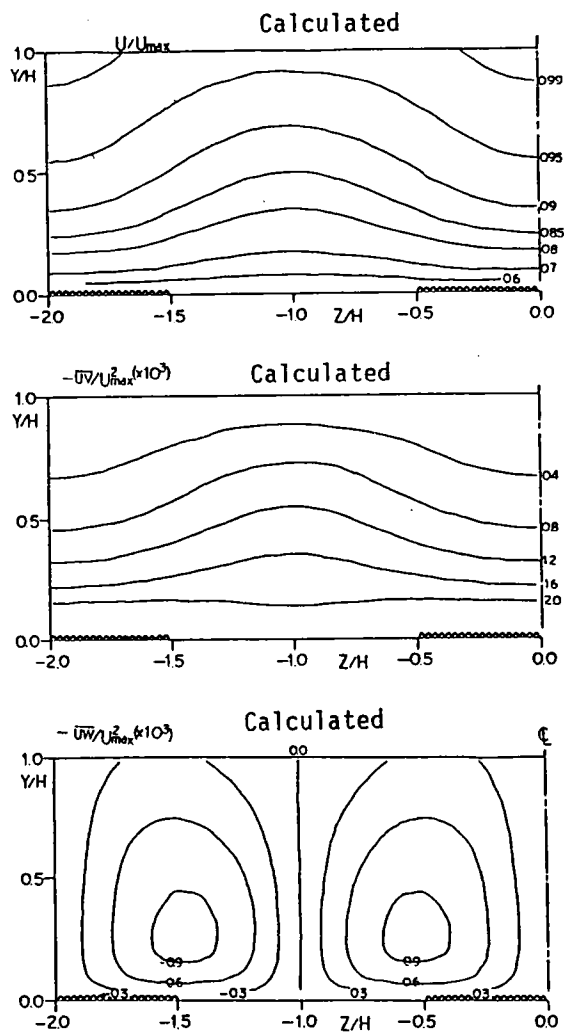


図 9. 14 計算された主流速 U 、レイノルズ応力 $-\overline{uv}$ 、 $-\overline{uw}$ の等値線
(横断方向に粗度の変化する流れ)

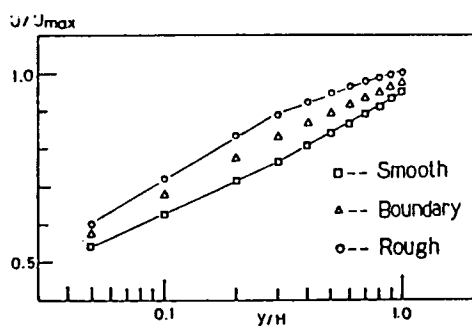


図 9. 15 計算された主流速の鉛直分布
(横断方向粗度変化)

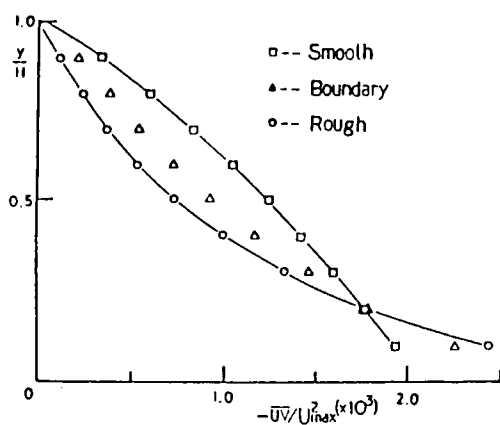


図 9. 16 計算されたレイノルズ応力 $-\overline{uv}$ の鉛直分布
(横断方向粗度変化)

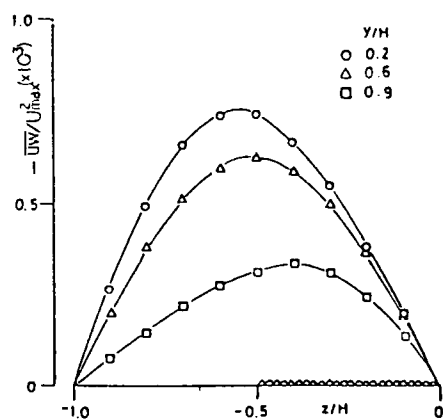


図 9. 17 計算されたレイノルズ応力 $-\overline{uw}$ の横断分布
(横断方向粗度変化)

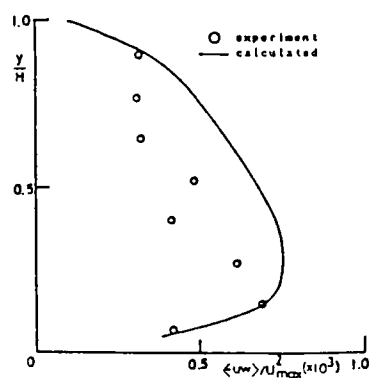
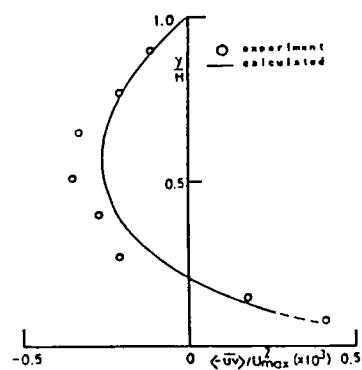
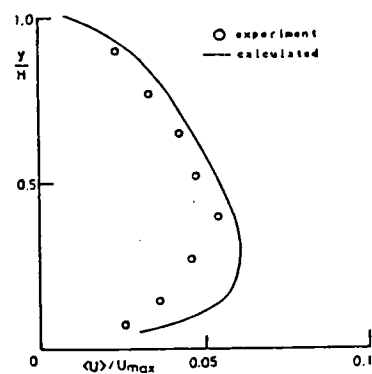


図 9. 18

各量の横断方向変動の振幅の
計算値と実測値の比較

次に、粗面上での U 、 $-\overline{uv}$ および $-\overline{uw}$ の横断方向の周期的変動の振幅を実験値とともにプロットしたものが図 9. 18 である。 U 、 $-\overline{uv}$ についてはほぼ一致しているが、 $-\overline{uw}$ は計算値の方が多少大きくなっている。しかし、それぞれの値の計算値と実験値の分布特性はよく一致し、実験で得られた二次流の大きさとそれによって引き起こされた主流の三次元構造の関係がほぼ妥当であると考えることができる。

図 9. 19 は底面が一様な滑面である場合に同様の並列らせん流を与えた場合の計算結果を等値線で示したものである。これをケース L101 とすると、この U 、 $-\overline{uv}$ の上昇流部と下降流部における鉛直分布を図 9. 20 に示す。 U は片対数プロットとしているが、直線の傾きが L101 と同様に途中で勾配が変化していることがわかる。この場合も底面の摩擦速度分布は上昇流部で小さく下降流部で大きくなっているが、 $-\overline{uv}$ は L101 のように底面近くで両方の

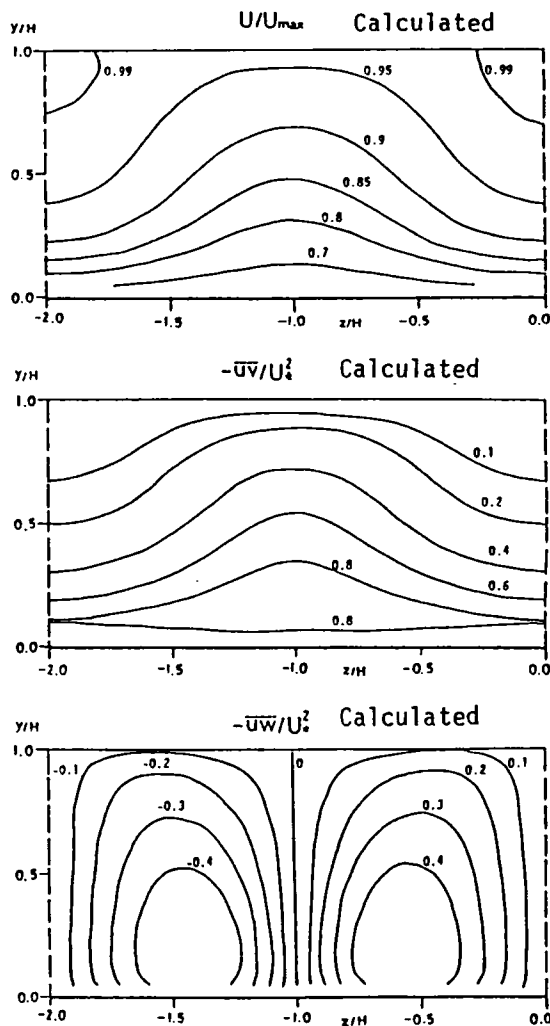


図 9. 19 並列らせん流のある一様底面流れのシミュレーション

分布が変わらなくなる。この場合はさらに底面近くで両方の大きさが逆転することが予想されるが、計算ではこれを確かめることができなかった。次に、 U 、 $-\overline{uv}$ 、 $-\overline{uw}$ の横断方向の振幅の鉛直分布を図9. 21に示す。いずれも底面近傍の振幅が101に比べて大きい、 $y/H > 0.5$ ではほとんど一致する。

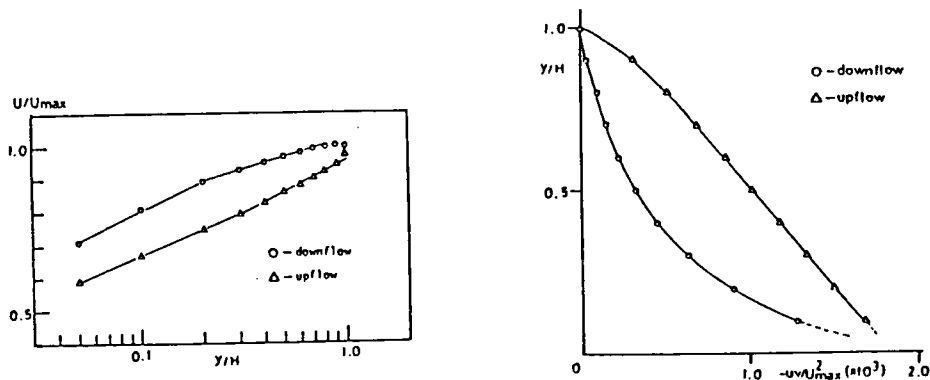


図9. 20 計算された主流速とレイノルズ応力 $-\overline{uv}$ の鉛直分布（一様底面流れ）

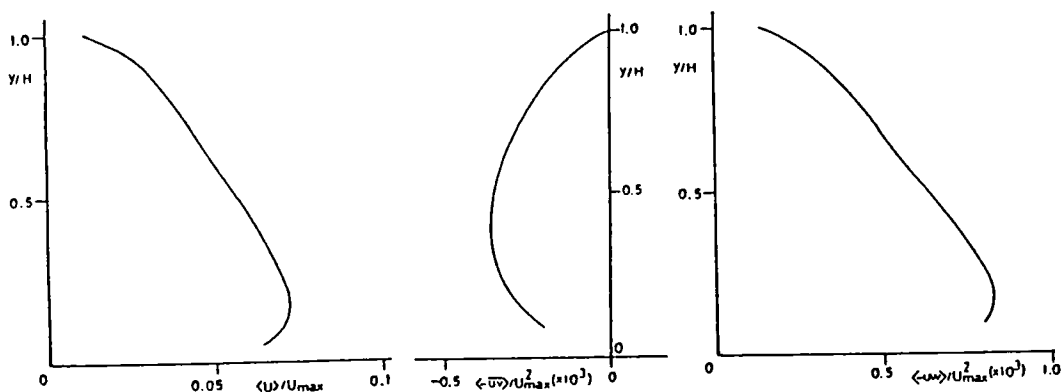


図9. 21 各量の横断方向変動の振幅の計算値（一様底面流れ）

この場合、 $-\overline{uv}$ の振幅は底面近傍で符号が変化しない。この結果から二次流によって引き起こされる横断方向の周期的変動の振幅と二次流の大きさとの関係がある程度予測される。そこで、101における二次流の流れ関数の最大値を1としたときの相対的な二次流の大きさの変化に対する U の最大振幅の変化をプロットしたものが図9. 22である。ここで、二次流の強さを3以上にした時、計算は発散した。このことから、自然界では通常の並列らせん流の3倍以上の二次流は境界条件をいかに変化させても生起しないことが推測される。

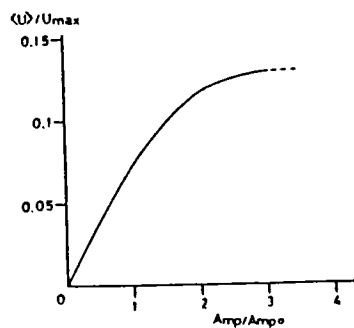


図9. 22 二次流の強さと主流速の振幅の関係

9.6 横断方向の運動量輸送に関する考察¹¹⁾

式(9.2)において、 T_{xz} 、 $-I_{xz}$ およびその和の実験値から計算した結果を図9.23に示す。 $-I_{xz}$ を運動量の輸送の結果としての働いた力と考えると乱れによるせん断力と移流によるせん断力の向きは逆で $-I_{xz}$ の方が大きく、その差が下降流部で流体を加速し、上昇流部で減速する力となって働くことがわかる。図9.24は前節で行った数値計算の結果から同様の値を計算したものであり、これらの関係は実験値とよく一致している。また、式(9.2)より τ_b を求め式(3.8)によって u_x^2 を計算したものと対数則より求めたものとの比較を図9.25に示す。左側の粗面上ではずれが多少大きい、他ではほぼ一致し、実験値を良好に説明している。

ここで、 T_{xz} つまり $-\overline{uw}$ の項はこの水深平均された関係式において大きな影響を及ぼしていることがわかる。このことから Studerus(1982)⁵⁾のレイノルズ応力項が無視されるという仮定は正しくないといえる。これは、 W の大きなところで $-UW$ と $-\overline{uw}$ を比較すれば、 $-UW$ の方がずっと大きい、水深で積分すれば、 $-UW$ は底面側と水面側で相殺され、 $-\overline{uw}$ の積分値と同オーダーになってしまうからである。したがって、 $-\overline{uw}$ を無視したせん断応力の不均衡からの二次流の見積りは過大評価につながると考えられる。また、一般に浅水流解析においては、逆に二次流の影響を考慮せずに勾配型の拡散のみを考え、渦動粘性係数と同様の拡散係数 E を用いて、せん断応力を次のように、

$$\tau = E \left(\partial U / \partial z \right)$$

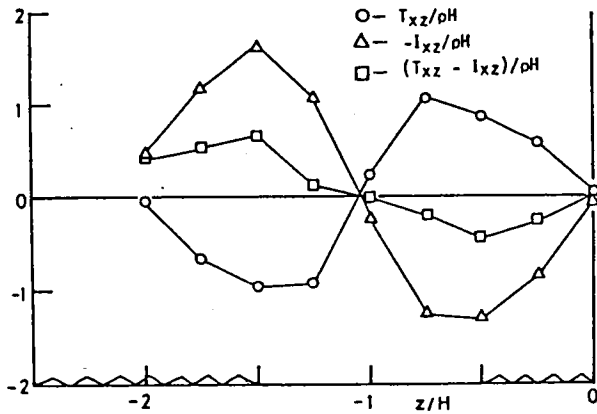


図9.23 T_{xz} と $-I_{xz}$ の横断分布

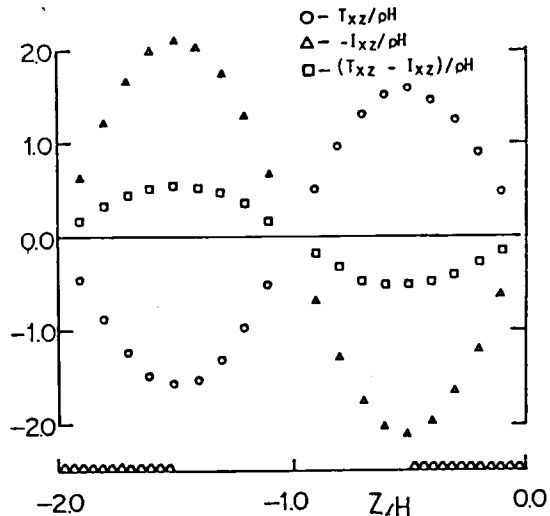


図9.24 計算された T_{xz} と $-I_{xz}$ の横断分布

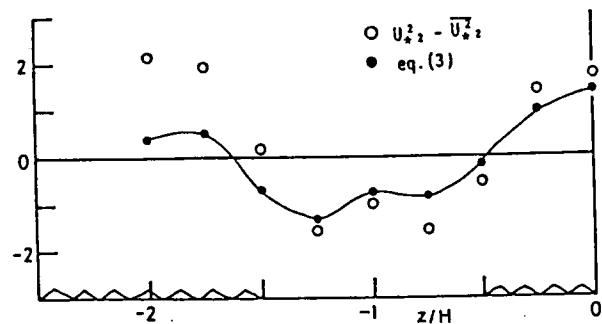


図9.25 u_x^2 の計算値と実測値の分布の比較

と表すことが多い¹²⁾。ここに、 \bar{U} は水深にわたって平均された流速である。しかし、二次流による運動量輸送の効果はこのような流速の横断方向の勾配に関係づけられず、むしろ主流速の鉛直方向の分布が重要となる。したがって、このような流れにおいては、二次流の分布を大まかに予測して、これによる輸送効果を考慮する必要があると考える。

9. 7 浮遊砂輸送に及ぼす二次流の効果のシミュレーション

浮遊砂の濃度分布を求める基礎式は(9.7)で与えられる。これに9. 5節で行ったシミュレーションと同様な二次流モデルと、式(9.6)に含まれる渦動粘性係数の分布を与えることにより濃度分布が数値計算できる。ここでは基本流が二次元である流れ場において、二次流が存在する場合について二次流の影響を検討してみよう。計算領域としてL 1 0 1あるいはL C 0 1の場合と同じ領域を考える。このとき、境界条件は次のようである。

$$\left. \begin{aligned} C &= 0 & \text{at } y &= H \\ C &= C_0 & \text{at } y &= a \\ \partial C / \partial z &= 0 & \text{at } z/H &= -2, 0 \end{aligned} \right\} (9.21)$$

ここで、 $a = 0.05H$ とし、基準点濃度 C_0 としては、池田、西村(1986)¹³⁾による

$$C_0 = 2.31 \times 10^{-4} (U_x / W_0)^{1.6} \quad (9.22)$$

を用いた。また、沈降速度 W_0 は、 $z = W_0 / \kappa U_x = 0.5$ として与えた。

この結果得られた濃度分布の等値線を図9. 26に示す。これから底面付近では下降流部の方が U_x が大きいため濃度も濃くなっているが、底面から離れた領域では、二次流の下降流部で濃度は小さくなり、上昇流部で大きくなることがわかる。また、二次流が存在しないとした場合の濃度の鉛直分布とともに、上昇流部と下降流部の鉛直濃度分布をその地点での基準点濃度で無次元化した形で図9. 27に示す。これから二次流が存在しないとした場合の分布は、ほぼ Rouse(1937)の式¹⁴⁾

$$\frac{C}{C_0} = \left(\frac{H-y}{y} \cdot \frac{a}{H-a} \right)^2 \quad (9.23)$$

に一致することがわかる。 $y/H < 0.5$ では、この二次流のない場合の分布に比較して上昇流部の増加量と下降流部の減少量がほぼ等しいが、 $y/H > 0.5$ では上昇流部の増加率

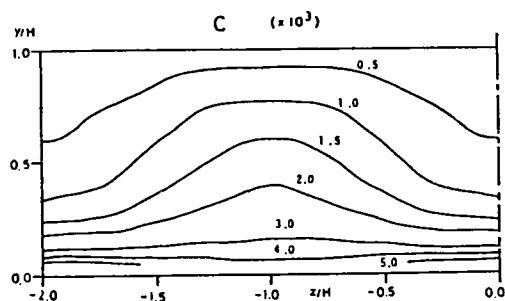


図9. 26 計算された浮遊砂濃度の等値線 (二次流有り)

の方が大きくなっている。したがって、二次流が存在する場合は全体的に浮遊砂輸送能力が高くなることが予想される。

9. 8 結言

本章では、二次流と主流の相互作用を明らかにするために、まず渦動粘性係数の分布を検討した。この実測値は実験精度上からかなりばらつき正確な値を与えることはできないから、この内挿式を提示し、ある程度普遍的な形で表した。さらに、計測された二次流を

流れ関数によって一般的な形でモデル化した。これらを用いて運動方程式を数値計算した結果、計算された主流速およびレイノルズ応力の分布は実験値とほぼ一致することがわかった。したがって、渦動粘性係数に関する仮定および実験で得られた二次流がかなり高精度であることが確認された。また、二次流と主流の関係が運動方程式を満足するように数値計算することによって定量的に与えられる。ここで問題となるのは二次流の予測であるが、長方形断面の場合には、本実験結果から、概ねモデル化が可能となった。境界条件がさらに複雑な場合には二次流を予測することは難しいが、主流速分布の歪から逆に二次流の構造を見積ることが可能であると考えられる。この場合にも、ここでの解析が有用な知見となろう。

二次流の物質輸送におよぼす効果については十分な実験データが無いこともあって、浮遊砂輸送における二次流の効果についてのみ検討した。運動方程式のシミュレーションで用いたと同様の仮定を用いて、数値計算を行った結果、二次流の上昇流部で浮遊砂量が増大することがわかった。掃流砂に及ぼす二次流の効果については、壁面せん断応力の分布に及ぼす二次流の効果を考えることによって検討される。この点については今後さらに実験を積み重ね、二次流の効果を明らかにしていく必要があると考えられる。

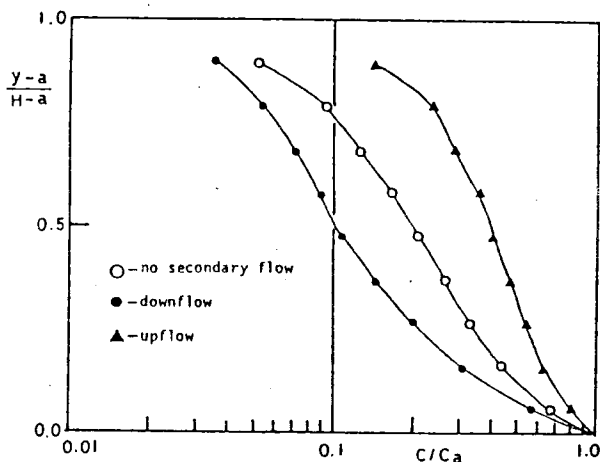


図9. 27 計算された浮遊砂濃度の鉛直分布

参考文献

- 1) Naot, D. & Rodi, W.: Calculation of secondary currents in channel flow, ASCE, vol.108, HY8, pp.948-968, 1982
- 2) Nakayama, A. & Chow, W.L.: Calculation of fully developed turbulent flows in ducts of arbitrary cross-section, J.F.M. vol.128, pp.199-217, 1983

- 3) 黒木幹雄、岸力：開水路に発生する縦渦の構造に関する研究、土木学会論文報告集、第312号、pp.83-92, 1981
- 4) Odgaard, A.J.: Shear-induced secondary currents in channel flows, ASCE, vol.110, No.HY7, pp.996-1004, 1984
- 5) Studerus, X.: Sekundär Strömungen im offenen Gerinne über rauchen Langs-streifen, R19-82, Institut für Hydromechanik und Wasserwirtschaft Eidgenos-sische Technische Hochschule, Zürich, 1982
- 6) 富永、中川、裾津：隅角部流れにおける渦動粘性係数と渦度発生項について、土木学会第37回年次学術講演会講演概要集、第2部、pp.473-474, 1983
- 7) Nezu, I. and Rodi, W. M.: Open-channel flow measurements with a Laser Doppler anemometer, J. Hydr. Eng., ASCE, No.5, pp.335-355, 1986
- 8) 富永、中川、裾津：開水路流れの縦渦構造とその空気流実験との相似性について、土木学会第37回年次学術講演会講演概要集、第2部、pp.473-474, 1982
- 9) 富永、江崎、中村：運動方程式に基づく二次流のある流れの内部構造の検討、土木学会第41回年次学術講演会講演概要集、第2部、pp.271-272, 1986
- 10) Krishnappan, B. G.: Laboratory verification of turbulent flow model, J. Hydr. Eng., ASCE, vol.110, No.4, pp.500-514, 1984
- 11) 富永、中村、高橋：縦筋河床上の三次元乱流構造について、土木学会第13回関東支部技術研究発表会講演概要集、pp.66-67, 1986
- 12) 山崎真一、石川忠晴、金丸督司：開水路平面せん断流に関する実験的研究、土木学会第39回年次学術講演会講演概要集、第2部、pp.473-474, 1984
- 13) 池田駿介、西村達也：砂床蛇行河川の三次元流れと河床形状、土木学会論文集、第369号／Ⅱ-3、pp.99-108、1986
- 14) Rouse, H.: Modern conceptions of the mechanics of turbulence, Trans. ASCE, vol. 102, pp.463-543, 1937

第10章 二次流と組織乱流（バースティング現象）との関連性

10.1 緒言

全く無秩序と思われていた壁面乱流において、周期性を持った組織的な渦構造が存在していることが、Klineら(1967)¹⁾の水素気泡法による可視化実験によって明らかにされた。この運動はバースティングと呼ばれ、壁面近傍の低速流体が上層に間欠的に流れ出す ejection と上層の高速流体が下層に流れ込む sweep と呼ばれる現象が繰り返して発生する。また、バースティングは縦渦構造を伴い横方向に低速部 (low-speed streak) と高速部 (high-speed streak) が縞状に形成され、その間隔は、

$$\lambda \approx 100 \nu / U_* \quad (U_*: \text{摩擦速度}, \nu: \text{動粘性係数}) \quad (10.1)$$

であることが認められている。Klineらは図10.1に示すようなモデルを考えたが、バースティングの発生原因として局所的な二次流を考えている点が注目される。その後、数多くの可視化法による研究が行われ、Corinoら(1969)²⁾、Kimら(1971)³⁾、Grass(1971)⁴⁾、Offenら(1974)⁵⁾、Praturiら(1978)⁶⁾が乱れ発生機構のモデルを発表している。Praturiらによるモデルを図10.2に示すが、ここでもバースティング現象の引金となるのは外部

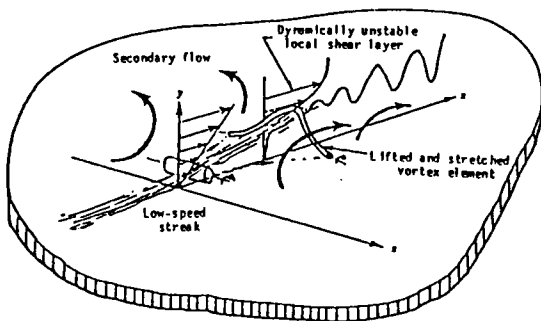


図10.1 バースティングのモデル
(Klineら¹⁾による)

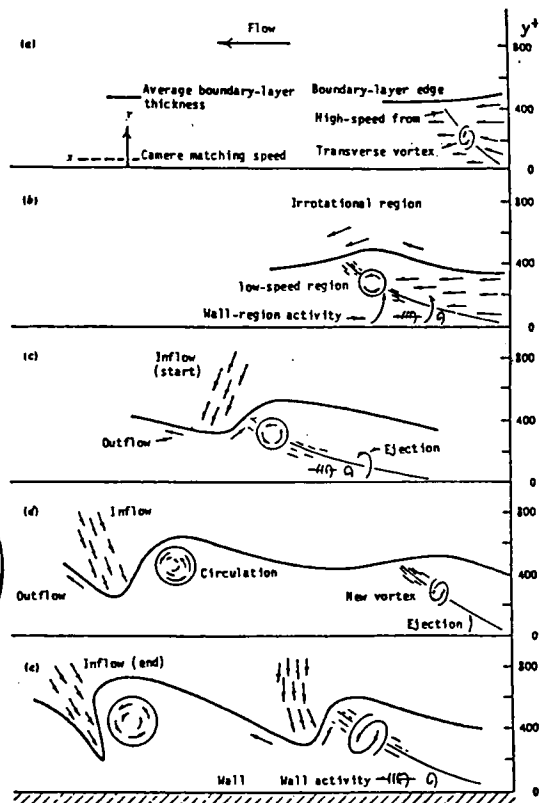


図10.2 バースティングのモデル
(Praturiら²⁾による)

領域に及ぶような大規模な攪乱であると考えている。

また、流速計を用いた点計測によって瞬間的な流速変動の解析からバースティングを明らかにしようとする試みもなされている。Wallaceら(1972)⁷⁾、Willmarthら(1972)^{8),9)}、Brodkeyら(1974)¹⁰⁾は瞬間レイノルズ応力を u 、 v 平面で4象限に区分して、条件付きサンプリング法によって各事象からのレイノルズ応力への寄与率を比較した。この結果ejectionとsweepが乱れの発生の大部分に寄与することが示された。その他 Guptaら(1971)¹¹⁾、西岡ら(1977)¹²⁾は複数の流速計による同時計測によって横断方向の相関を調べて、可視化観測でみられた横断方向の渦構造を確認している。このような構造は一様な二次元流れにおいて普遍的に存在しているものであるが、その渦の位置やスケールは確率的な変動を示し、対数正規分布に従うことが指摘されている¹³⁾。レイノルズ数が大きくなれば、バースティングの横方向のスケール λ は小さくなり、一方、二次流は水深程度のスケールを持つからこれらは全く別の現象と見なすべきであるが、レイノルズ応力がバースティングによって生成されることから、二次流によってレイノルズ応力が影響を受けるのであれば、二次流によってバースティングも何等かの影響を受けると考えるのは自然である。ここでは、この二次流とバースティング現象との関連性を明らかにすることを目的として、二次元流れとの比較が容易な、第7章で実験した流れについて、瞬間流速変動に対する種々の解析を試みた。主に、二次流の上昇流部と下降流部における特性の違いに注目して検討した。

10.2 解析方法

一般に組織乱流を解析するには、先に述べたように可視化法と点計測法が考えられる。可視化法では瞬時に流れ全体を捉えることができ、渦運動を直接みることができ、主観が入りやすく捉えた現象の解釈が難しいこと、定量的な評価が困難であるなどの問題点がある。そして、特に二次流とバースティングの関係については、可視化法ではレイノルズ数をあまり大きくとれないため、流れの内部スケールと外部スケールが同程度となって、現象が二次流によるものか、バースティングによるものかの判別が難しくなる点が最も問題となる。このような観点から本研究では点計測による方法を採用し、(a)パターン認識法、(b)レイノルズ応力の4象限区分法による解析を行った。前者の方法は後者の解析法の一部を含んでいる。これらの方法について以下に説明する。

(a) パターン認識法

バースティング現象は組織的な運動ではあるが、その大きさやプロセスは時間的、空間的にランダムであるため、通常の条件付きサンプリングによってもかなり平滑化されてしまい、バースティング現象のプロセスや構造を解明することは困難な場合が多い。パターン認識法はバースティング現象の1サイクルをとりだし、その時間スケールをそろえるために規格化時間に対して平均し、バースティングの構造を把握しようとする条件付き解析法である。Wallaceら(1972)⁷⁾は、ejection事象から sweep事象への移行が急激で、その逆は緩やかであることに注目し、変動流速 u の時間微分 $\partial u / \partial t$ の極小値および極大値を検出基準とした。本研究においてもこれと同様の解析法を用いた。この方法はまたバースティングの発生周期を調べる目的に

も適している。その詳細は文献7)を参照されたい。この解析を行うにあたって、平滑化項数 N_s は $N_s \Delta T$ (ΔT =サンプリング周期)が次式¹⁴⁾

$$T_b U_{max} / H = 2 \sim 3 \quad (10.2)$$

で表されるバースティング周期 T_b より十分小さくなるように $N_s=7$ が選ばれた。

(b) レイノルズ応力の4象限区分法

これは瞬間レイノルズ応力 $-uv(t)$ の挙動を明らかにするために、瞬間流速変動 u 、 v の符号によって uv 平面を4象限に区分しそれぞれの象限からの $-uv$ への寄与率を調べるものである。すなわち、図10.3(a)に示すように uv 平面が区分され、それぞれの象限は次のような意味を持つ。

1) 正のレイノルズ応力の発生

$$RS2 \equiv -\overline{uv} > 0 \quad \text{at } u < 0, v > 0 \quad (\text{ejection})$$

$$RS4 \equiv -\overline{uv} > 0 \quad \text{at } u > 0, v < 0 \quad (\text{sweep})$$

2) 負のレイノルズ応力の発生

$$RS1 \equiv -\overline{uv} < 0 \quad \text{at } u > 0, v > 0 \quad (\text{outwards interaction})$$

$$RS3 \equiv -\overline{uv} < 0 \quad \text{at } u < 0, v < 0 \quad (\text{inwards interaction})$$

RS2は ejection 事象からの寄与率であり、RS4が sweep 事象からの寄与率である。これらが乱れの発生に正の寄与をする。RS1、RS3は ejection と sweep の間に生じる副次的な運動で乱れから平均流へエネルギーを還流し、乱れ発生に負の寄与をするものである。

さらに、図10.3(b)に示すように、 $-uv$ に対して $|-uv| \geq hu'v'$ となるしきい値 h を設けて、 h の変化に伴う各事象からの寄与率を調べた。これについては、二次元開水路流において Nakagawa and Nezu(1977)¹⁵⁾によって理論的な解析が行われて、理論的分布形が得られている。そこで、本研究ではバースティング構造の代表的な特性値としてRS4/RS2の分布を検討する。

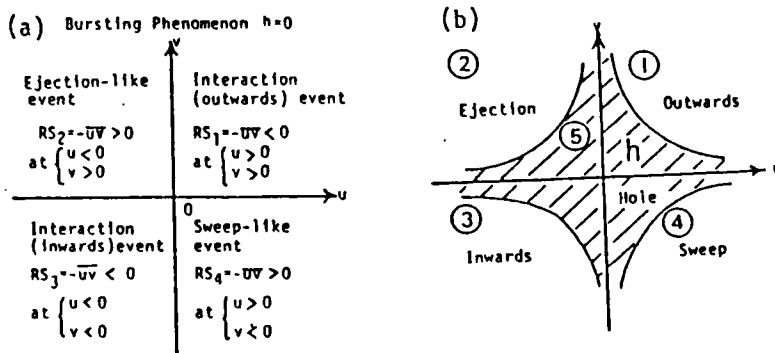


図10.3 レイノルズ応力の4象限区分¹⁴⁾

10.3 解析結果とその考察

解析は、横断方向に河床高が変化する流れについて行い、この凸部と凹部中央の特性量を比較した。まず、パターン認識法による結果について検討する。図10.4は、上昇流のある凸部と下降流のある凹部中央の $y/H=0.2$ のパターンを示したものである。この方法は u の信号をパターンの検出基準としているため、 u のパターンはほぼ同じであるが、 v と uv のパターンに若干の違いがみられる。すなわち、上昇流部に比べて下降流部の方が ejection 事象に対する sweep 事象の相対的大きさが小さくなる傾向が認められる。この結果は、空気管路流において粗面と滑面を交互に縞状に配した、中川博次、福津家久、富永晃宏(1981、1982)の実験結果においても認められている^{16)・17)}。これは二次流が存在しない場合には認められなかった現象であり、バースティングのパターンは明らかに二次流の影響を受けていると考えられる。

また、下降流部の水面近傍の $-uv$ が負になる部分のパターンを図10.5に示す。ここでは u と v の位相が 180° ずれた通常のパターンと異なり、位相が 90° ずれる傾向にある。すなわち、 u が正から負に変わるところで v が正、 u が負から正に変わるところで v が負となる。 $-uv$ が負の領域は何れも同様のパターンが得られた。

次に、一つのパターンから次のパターンが現れるまでの時間間隔をバースティング周期 T_b と定義した。このバースティング周期 T_b を U_{max} 及び H で無次元化した横断方向分布を図

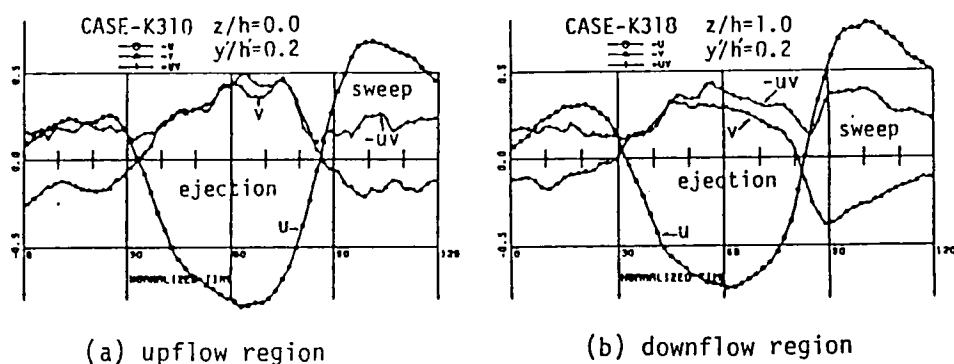


図10.4 上昇流部と下降流部の流速変動パターン

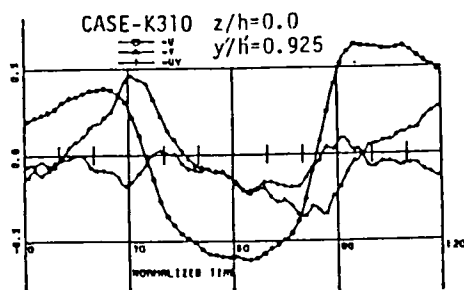


図10.5 水面近くの流速変動パターン

10.6に示す。水深方向には若干増加する傾向にあるものの、横断方向に系統的な変化はみられず、 $T_b \cdot U_{max}/H$ はほぼ一定値2~3をとる。これは平坦河床における従来の結果である式(10.2)と一致する。したがって、二次流はバースティングの発生周期に影響を及ぼさないといえる。すなわちバースティング現象は二次流とは独立に存在していると考えられる。

次に第2の方法であるレイノルズ応力の4象限区分法の結果について検討する。図10.7は、上昇流部と下降流部における各象限の条件付き平均値をしきい値 h に対してプロットした図である。ここで RS_i ($i=1 \sim 4$) はそれぞれの象限からの寄与率を意味し、 $RS5$ は $|uv| < h$ となる事象を意味し、いずれの値も u および v で無次元化してある。図中の実線は中川、楯津の理論式である。 $RS2$ すなわち ejection 事象からの寄与率と $RS4$ すなわち sweep 事象からの寄与率を比較すると $RS2$ は下降流部の方が大きく、 $RS4$ は上昇流部の方が大きい。すなわち、下降流部では ejection に対して sweep の寄与が小さいといえる。また、下降流

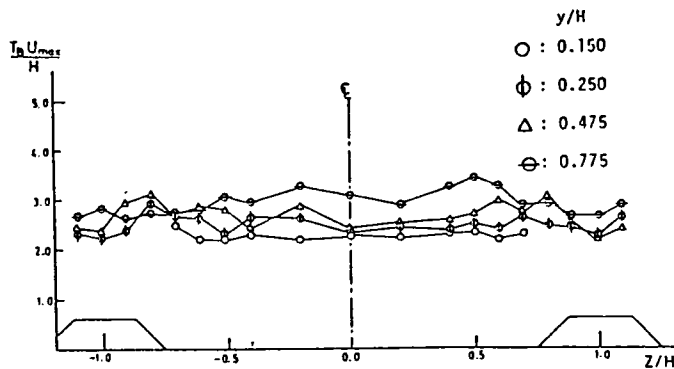


図10.6 バースティング周期の横断分布

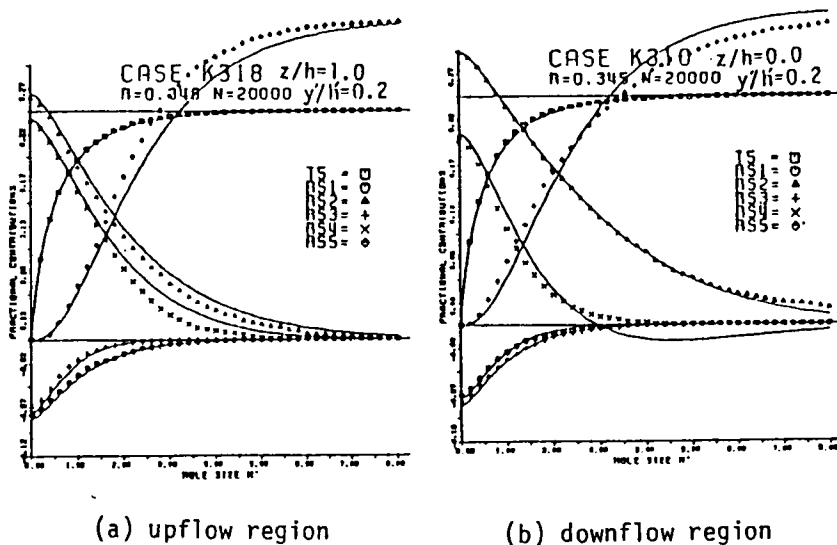


図10.7 レイノルズ応力の各事象からの寄与率

部ではしきい値 h に対する寄与率の減衰が速い。

しきい値 $h=0$ の時の $RS4/RS2$ の上昇流部、下降流部およびその中間における鉛直分布を示したものが、図10.8である。ただし、 $-\overline{uv} \leq 0$ の部分については示していない。平坦な滑面乱流においては、 $RS4/RS2 = 0.7 \sim 0.8$ であるが、これに対して上昇流部で大きく下降流部で小さくなっており、その中間では底面近くでは下降流部の値に近く、水面に近付くにつれて上昇流部の値に近付く傾向にある。また、中川、福津は $RS2(h_{a.s.}) \equiv 0.5 RS2(h=0)$ となる $h_{a.s.}$ をしきい値としたときの ejection 発生周期をバースティング周期と定義したが¹⁴⁾、これで求めてみると、パターン認識から得られた結果とほぼ一致し、やはり系統的な変化はみられなかった。

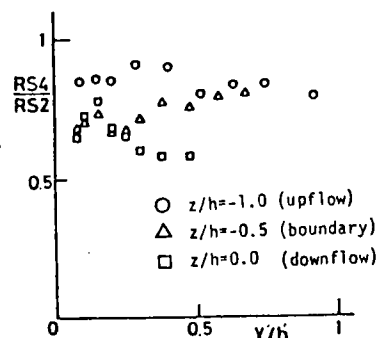


図10.8
 $RS4/RS2$ の鉛直分布

10.4 結言

壁面乱流におけるバースティング現象は、現在でも十分に明らかにされているとは言えず、乱流の数値計算においてもこの取扱が問題となっている。バースティング現象の把握自体が難しい問題を含んでいるため、明確な考察はできないが、本章では、二次流という外部変数で規定されるような現象と、バースティングという内部変数で支配される現象の関係を、パターン認識法とレイノルズ応力の4象限区分法によって検討した。その結果、二次流が存在してもバースティング周期は変化せず、両者の現象は独立して発生していると考えられるが、二次流によって ejection と sweep の寄与率が変化することが明かとなった。

参考文献

- 1) Kline, S.J., Reynolds, W.C., Schraub, F.A. and Runstadler, R.W.: The structure of turbulent boundary layers, J. Fluid Mech., vol.30, pp.741-773, 1967
- 2) Corino, E.R. and Brodkey, R.S.: A visual investigation of the wall region in turbulent flow, J. Fluid Mech., vol.37, pp.1-30, 1969
- 3) Kim, H.T., Kline, S.J. and Reynolds, W.C.: The production of turbulence near a smooth wall in a turbulent boundary layer, J. Fluid Mech., vol.50, pp.133-160, 1971
- 4) Grass, A.J.: Structural features of turbulent flow over smooth and rough boundaries, J. Fluid Mech., vol.50, pp.233-255, 1971

- 5) Offen, G.R. and Kline, S.J.: Combined dye streak and hydrogen bubble visual observation of a turbulent bounadry layers, J. Fluid Mech., vol.62, pp.223-239, 1974
- 6) Praturi, A.J. and Brodkey, R.S.: A stereo scopic visual study of coherent structures in turbulent shear flow, J. Fluid Mech., vol.89, pp.251-273, 1978
- 7) Wallace, J.M., Eckelmann, H. and Brodkey, R.S.: The wall region in the turbulent shear flow, J. Fluid Mech., vol.54, pp.39-48, 1972
- 8) Willmarth, W.W. and Lu, S.S.: Structure of Reynolds stress near the wall, J. Fluid Mech., vol.55, pp.65-92, 1972
- 9) Lu, S.S. and Willmarth, W.W.: Measurements of the structure of the Reynolds stress in a turbulent boundary layer, J. Fluid Mech., vol. 60, pp.481-511, 1973
- 10) Brodkey, R.S., Wallace, J.M. and Eckelmann, H.: Some properties of truncated turbulence signals in bounded shear flows, J. Fluid Mech., vol.63, pp.209-224, 1974
- 11) Gupta, A.K., Laufer, J. and Kaplan, R.E.: Spatial structure in the viscous sub-layer, J. Fluid Mech., vol.50, pp.493-512, 1971
- 12) 西岡通男ら：壁近くの乱れの三次元構造、第9回乱流シンポジウム報告集、pp.129-136, 1977
- 13) Rao, K.N., Narashimha, R. and Narayanan, M.A.B.: The bursting phenominon in a turbulent boundary layer, J. Fluid Mech., vol.48, pp.339-352, 1971
- 14) 楠津家久；開水路の乱流構造に関する基礎的研究、京都大学学位論文、1977
- 15) Nakagawa, H. and Nezu, I.: Prediction of the contributions to the Reynolds stress from the bursting events in open-channel flows, J. Fluid Mech., vol.80, pp.99-128, 1977
- 16) 中川、楠津、冨永；各種河床条件における縦渦を伴う流れの乱流構造、京大防災研究所年報第24号B-2、pp.315-338, 1981
- 17) 中川、楠津、冨永、若井；二次流を伴う流れのバースティング特性について、土木学会関西支部年次学術講演会講演概要集、II-39, 1982

第11章 結論

直線開水路の三次元構造を解明するにあたって、古くからその存在が間接的に予測されながらも、その実態が不明であった二次流が障壁となっていた。したがって、二次流を解明することが三次元乱流構造を解明するための必要条件といえることができる。しかし、この二次流は乱れに起因するため、非常に小さな流速しか持たず、このため実験計測が従来非常に困難であり、これらの現象を解明することが遅れ、推測の域を出ることがなかった。正方形断面の空気管路流ではある程度二次流の構造が明らかにされているが、開水路流ではさらに実験精度が落ちるために、ほとんど明らかにされていないのが現状であった。本研究では、この点をホットフィルムを用いた細心の注意を払った実験によって克服し、二次流の構造を捉えることができた。これらの計測方法や実験方法を第3章で詳細に論じた。これによって直線開水路流の三次元乱流構造に関する研究に着手することが可能となった。従来得られている知見を基に、解明しなければならない具体的な課題を第1章に示したように定め、第4章から第7章に示したように、これに関するいくつかの実験を積み重ね、主流、二次流および乱流特性量の三次元分布を明らかにした。第2章に示した理論的基礎とこれらの実験結果を基に二次流の三次元乱流構造に与える影響を実験的にあるいは理論的に論じた。また、この乱れに起因する二次流の発生機構を乱れ強度の非一様分布から検討し、実験で得られたような二次流構造の妥当性を確認した。その結果、二次流が主流や乱れ、さらには物質輸送に及ぼす影響は重大で、これが決まらなければ流れが決定しないことがわかった。ここでは、それぞれのテーマ別に各章で得られた結果をまとめて結論とする。

第4章では、最も基本的な長方形断面の開水路流の二次流および三次元乱流構造を明らかにするとともに、空気管路流の実験結果との比較から、第1章で示した課題の(1)である自由水面が二次流に及ぼす影響を検討することを目的として、また、課題の(2)であるアスペクト比の影響を明らかにするために、種々のアスペクト比における長方形断面の滑面の管路流および開水路流の二次流構造および主流速、乱れ強度、レイノルズ応力の三次元構造ならびに壁面せん断応力分布を実験的に明らかにした。

その結果、管路流においては、二次流はアスペクト比によらずコーナーの角の二等分線に沿ってコーナーへ向かい、底面側の渦がアスペクト比の増大とともに増大したが、開水路流の側壁近傍に発生する二次流はこの管路流におけるものと著しく異なり、 $y/H=0.6$ 付近の水平面によって分けられる水面縦渦と底面縦渦が発生することがわかった。アスペクト比の増大につれて、水面縦渦の幅は $z/H \approx 2$ まで達し、底面渦の幅は $z/H \approx 1$ 程度である。この開水路に特有の二次流の発生によって、主流速は水面近くの $z/H < 2$ の領域が著しく減速され、 $\partial U / \partial y < 0$ となる。したがってアスペクト比が4以下では最大流速点が水面より下に現れることがわかり、第1章で示された問題点がここで解明された。主流速の等値線は側壁に向かって突出した形状になり、二次流による運動量輸送の効果が顕著に現れる。以上の水面縦渦の発達と主流速の水面での減速は自由水面の影響によるものと考えられる。また、壁面せん断応力は壁面近くの対数則分布から良好に評価されることが示され、この分布特性は底面縦渦の影響を受けているこ

とがわかった。乱れ強度の分布も主流速と同様な二次流の影響が認められたが、側壁から少し離れた水面近くで u' 、 w' は増大するのに対して、 v' は自由水面の抑制効果によって急激な減少を示し、これが開水路乱流の大きな特徴であると結論される。

第5章は、課題の(3)である水路断面形状が二次流に及ぼす影響を明らかにするために、特に河川で一般的な台形断面を取り上げ、台形断面開水路流れの二次流構造および三次元構造を、側壁の傾斜角を3種類変化させて実験的に検討した。

その結果、長方形断面とは異なる台形断面特有の二次流構造が解明された。すなわち、台形断面では、側壁と水面との間に長方形断面でみられる水面縦渦とは逆向きの渦が発生し、傾斜角の減少とともに発達する。これに伴い水面縦渦は減衰するが、底面縦渦は水面にまで達して水深規模の渦となる。このことにより台形断面では鉛直方向の流速が大きくなり、アスペクト比が大きい場合、水路中央部に並列らせん流が誘起されやすいことがわかった。この二次流の変化に応じて、平均主流速の等値線は、側壁傾斜角が小さくなるにつれて、水面での減速領域が無くなりコーナーに向かう突出した形となり、発達した水深規模の渦の影響を顕著に受ける。また、台形断面においても壁面せん断応力は壁面に垂直な方向の対数則から良好に評価される。底面では、傾斜角が小さくなるにつれて発達した水深規模の渦の影響を強く受け、コーナー付近の値が増大する。側壁では、コーナー近くにピークが現れ、水面に向かって緩やかに減少し、水面近くで急に減少する。乱れ強度分布は、主流速と同様に二次流の影響を受ける。側壁近傍で w'/v' は傾斜角が小さくなるほど大きくなる。

第6章では、課題の(4)である壁面粗度が二次流に及ぼす影響を明らかにするために、全潤辺粗面、底面のみ粗面および側壁のみ粗面という3種類の境界条件のもとで、主に側壁と底面の相互作用という観点から、二次流を中心とした流れの三次元構造を実験的に明らかにした。

その結果、一樣な粗面の場合も底面と側壁で一樣でない粗面の場合も、側壁近傍の水面縦渦および底面縦渦を含む基本的な二次流構造は変化しないことがわかった。また、側壁のせん断力の底面のせん断力に対する比が大きいほど、この側壁近傍の渦構造のスケールが増大するという結果が得られた。また、重要な結果として、粗面では水面縦渦より中央側に並列らせん流が安定して存在し、側壁近傍の二次流が並列らせん流の原因になると考えられる。壁面せん断応力は、本実験の粗面の場合にも対数則から良好に評価され、粗面においては、底面で横方向の変動が大きく並列らせん流の影響を顕著に反映していることから、二次流の移動床流れに果たす役割は大きいと結論される。また、主流速、乱れ強度およびレイノルズ応力の三次元構造は顕著にその境界条件における二次流の影響を示しており、その対応関係は明白であることがここでも明かとなった。

第7章では、課題の(6)である河床形状と並列らせん流の関係を明らかにすることを目的として、側壁の存在が直接影響しない、河床形状によって決まる二次流を取り扱った。実験は実際に観察された現象に基づいて、横断方向に粗度が変化する流れと、河床高が変化する流れを設定し、発生する二次流の構造とその主流の乱流構造に及ぼす影響を明らかにした。その結果、前者においては粗面上で下降し滑面上で上昇する二次流が、後者では凸部上で上昇し凹部上で下降する二次流が形成されることがわかった。主流速、乱れ強度、レイノルズ応力はこの二次流の影響を受けて横断方向に周期的な分布を示し、底面のせん断応力は、上昇流部で減少

し下降流部で増加していることがわかった。2つの実験の比較から、底面近くの主流および乱れ特性量の分布はそれぞれの底面の状態によって大きく異なるが、ある程度底面から離れた領域においては二次流の影響が支配的であることが判明した。この二次流の影響はそれぞれの特性量の横断方向の変動の振幅として表され、これは2つの実験において同程度であった。横断方向に粗度の変化する流れでは、横断方向に底面の高さが変化しないため、特性量の周期的な分布の関数近似を行うことができた。

第8章では、課題の(7)である二次流の発生機構を明らかにすることを目的として実験値を用いて基礎式となる渦度方程式からの検討を行った。まず、各種境界条件における実験で行われた v' 、 w' の分布および $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の分布について検討し、その特性を明らかにした。次に、この分布を近似する関数を与えることによって二次流発生項 $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ をシミュレートし、渦度方程式の数値計算を行った。その結果、管路流と開水路流の二次流構造の違い、長方形断面開水路流と台形断面開水路流の二次流構造の変化が、 $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の分布の差によって生じることが明かとなり、また実験で得られた二次流構造もほぼ妥当であることが示された。さらに、横断方向に粗度の変化する流れにおいても同様に $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の分布が二次流を決定することが示された。したがって、その他の複雑な境界条件における二次流構造を解明するには、 $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$ の分布を予測することが必要である。

第9章では、課題の(5)である二次流と主流の相互作用と課題の(8)である物質輸送に及ぼす二次流の効果を定量的に明らかにすることを目的として、ここでも実験値を用いて基礎式である運動方程式からの検討を行った。まず渦動粘性係数の分布を検討し、ある程度普遍的な形で表した。さらに、計測された二次流を流れ関数によって一般的な形でモデル化し、運動方程式を数値計算した。その結果、計算された主流速およびレイノルズ応力の分布は実験値とほぼ一致し、渦動粘性係数に関する仮定および実験で得られた二次流の評価の妥当性が確認された。すなわち、二次流と主流の関係が運動方程式を満足するように数値計算することによって定量的に与えられ、二次流の主流に及ぼす影響がこれによって定量的に把握された。したがって、二次流が何らかの形で予測されれば、主流およびレイノルズ応力の三次元構造が予測できる。ここで、問題は二次流の予測であるが、長方形断面および並列らせん流の場合には、本実験結果から、概ね二次流構造が与えられることがわかった。

二次流の物質輸送におよぼす効果については十分な実験データが無いこともあって、浮遊砂輸送における二次流の効果についてのみ検討した。運動方程式のシミュレーションで用いたのと同様の仮定を用いて、数値計算を行った結果、二次流の上昇流部で浮遊砂量が増大することがわかった。

第10章では、課題の(9)である二次流とバースティングの関係を明らかにすることを目的としたが、バースティング現象の把握自体が難しい課題であるため、十分な考察を行うまでには至らなかった。ここでは、二次流という外部変数で規定されるような現象と、バースティングという内部変数で支配される現象の関係を、パターン認識法とレイノルズ応力の4象限区分法によって検討した結果、二次流が存在してもバースティング周期は変化せず、両者の現象は独立して発生していると考えられるが、二次流によって ejection と sweep の寄与率が変化することが明らかとなった。

以上のように、種々の境界条件を持つ直線開水路流の二次流構造とそれに伴う三次元乱流構造が実験的に明らかにされたとともに、理論的考察と渦度方程式あるいは運動方程式に基づいた数値解析からそれらの構造の妥当性が確認された。本研究では、三次元乱流構造の完全な予測までには至らなかったが、部分的な内部構造の解明は十分行うことができたと考える。しかしながら、実際河川の断面形状および壁面粗度状況などはさらに複雑であり、様々な境界条件における三次元流れの予測が必要となろう。この場合、乱流モデルによる三次元乱流の数値計算が有望な手段と考えられるが、ここでも二次流の正しい予測が不可欠の要因となる。本研究の成果が、こうした三次元の流れや物質輸送の予測に生かされて、この分野の研究が今後ますます発展していくことを期待する。

最後に、本研究を遂行するにあたり、終始懇切丁寧な御指導を賜った、京都大学工学部 中川博次教授に深甚の謝意を表します。また、同様の問題を別角度から研究されて、適切な御助言と御指導をして頂いた京都大学工学部 橘津家久助教授に心から感謝いたします。さらに、本研究の意義を理解して頂き多大な御協力を頂いた群馬大学工学部 江崎一博教授ならびに小葉竹重機助教授に深く感謝の意を表します。また、ともに実験およびデータ整理にご協力頂いた京都大学工学部および群馬大学工学部の関係各位に対して感謝の意を表します。